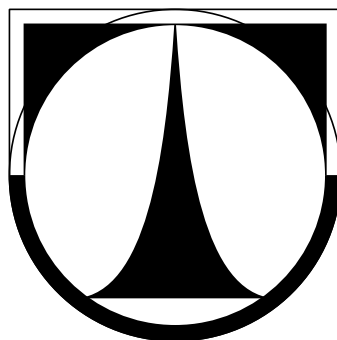


TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI

FAKULTA STROJNÍ



Katedra textilních a jednoúčelových strojů

Obor: **2302 R022 Stroje a zařízení**

Zaměření: **Stavba strojů**

**ANALÝZA ROTUJÍCÍHO VŘETENA
S NAVÍJECÍM BUBNEM**

**ANALYSIS OF ROTATING SPINDLE
WITH WINDING DRUM**

Číslo: KTS_B 038

Vojtěch ZAPADLÍK

2011

(místo tohoto listu se zde nachází zadání práce)

P r o h l á š e n í

Byl jsem seznámen s tím, že na mou bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., o právu autorském, zejména § 60 – školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci (TUL) nezasahuje do mých autorských práv užitím mé bakalářské práce pro vnitřní potřebu TUL.

Užiji-li bakalářskou práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědom povinnosti informovat o této skutečnosti TUL; v tomto případě má TUL právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Bakalářskou práci jsem vypracoval samostatně s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím bakalářské práce a konzultantem.

Datum:

Podpis:

PODĚKOVÁNÍ:

Děkuji panu doc. Ing. Martinu Bílkovi, Ph.D. za vedení mé bakalářské práce, za ochotu poradit a trpělivost při konzultacích. V neposlední řadě také za účast na jednáních s firmou.

Děkuji také panu Ing. Milanu Honcovi ze zadavatelské firmy za poskytnutí potřebných materiálů a podnětné diskuze.

ABSTRAKT:

Cílem této práce je vyšetření vlivu jednotlivých konstrukčních proměnných řešené soustavy na posun jejích vlastních frekvencí. Provedení práce je rozděleno do pěti hlavních částí. V první části je vytvořen matematický model soustavy, skládající se z CAD a FEM modelu. Ten je ve druhé části podroben modální analýze se záměrem získat vlastní frekvence, které lze později pro účely jeho verifikace porovnat se skutečnými naměřenými hodnotami. Na získání těchto skutečných hodnot měřením je zaměřena část třetí. Samotné verifikaci porovnáváním je vyhrazena část čtvrtá. A konečně poslední pátá část cílí na samotnou citlivostní analýzu, tedy hledané vyšetření vlivu konstrukčních proměnných na posun vlastních frekvencí.

KLÍČOVÁ SLOVA:

vlastní frekvence; modální analýza; vřeteno; navíjecí buben; matematický model

ABSTRACT:

The aim of this work is the examination of the influence of individual design variables in the given system on the shift of its modal frequencies.

The work is divided into five parts. In the first part the mathematic model of the system is created, which is composed of a CAD and a FEM model. In the second part the model is subjected to modal analysis with the intention of obtaining its modal frequencies, which could be later compared with the actual measured values for verification purposes. The third part is focused on obtaining the actual measured values and the fourth part is all focused on the verification comparison. Finally the fifth part is about the sensitivity analysis - the examination of influence of the design variables on the shift of modal frequencies.

KEYWORDS:

modal frequencies; modal analysis; spindle; winding drum; mathematical model

OBSAH

ÚVOD	8
1. TVORBA MATEMATICKÉHO MODELU	9
1.1 ZÁKLADNÍ POSTUP	9
1.2 TVORBA CAD MODELU	9
1.3 TVORBA FEM MODELU	12
1.3.1 TEORIE	12
1.3.2 PRVNÍ MODEL – VŘETENO S NAVÍJECÍM BUBNEM.....	15
1.3.3 DRUHÝ MODEL – SESTAVA TOČNÍKU	16
1.3.4 TŘETÍ MODEL – CELÝ STROJ.....	17
1.3.5 PARAMETRY MODELŮ.....	17
2. MODÁLNÍ ANALÝZA MATEMATICKÉHO MODELU	18
2.1 TEORIE.....	18
2.1.1 MECHANICKÉ KMITÁNÍ OBECNĚ	18
2.1.2 PRINCIP MODÁLNÍ ANALÝZY	18
2.1.3 PRINCIP VYHLEDÁNÍ VLASTNÍCH PŘÍSPĚVKŮ	19
2.2 VÝSLEDKY MODÁLNÍ ANALÝZY	21
3. MĚŘENÍ VLASTNÍCH FREKVENCÍ NA STROJI.....	26
3.1 TEORIE.....	26
3.1.1 BUDÍCÍ ÚČINKY	26
3.1.2 SNÍMAČE ODEZVY	27
3.1.3 VYHODNOCENÍ SIGNÁLU	28
3.2 POSTUP VLASTNÍHO MĚŘENÍ.....	30
3.3 VÝSLEDKY MĚŘENÍ.....	31
3.4 VYHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ.....	33
4. VERIFIKACE MATEMATICKÉHO MODELU	34
5. CITLIVOSTNÍ ANALÝZA	36
5.1 NÁVRH KONSTRUKČNÍCH PROMĚNNÝCH	36
5.2 VYHODNOCENÍ ANALÝZY PRO NAMĚŘENÉ FREKVENCE	38
5.2.1 KONSTRUKČNÍ PROMĚNNÁ A	38
5.2.2 KONSTRUKČNÍ PROMĚNNÁ B.....	39
5.2.3 KONSTRUKČNÍ PROMĚNNÁ C.....	40

5.3	VYHODNOCENÍ ANALÝZY PRO PRVNÍCH DEVĚT FREKVENCÍ.....	41
5.3.1	KONSTRUKČNÍ PROMĚNNÁ A	41
5.3.2	KONSTRUKČNÍ PROMĚNNÁ B.....	42
5.3.3	KONSTRUKČNÍ PROMĚNNÁ C.....	43
	ZÁVĚR	44
	SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ	45
	SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY	45

ÚVOD

Spolu s rozšiřujícím se konkurenčním prostředím dochází v poslední době ke stupňování nároků na výrobu. Je nutné vyrábět efektivně, rychle a spolehlivě. To nutí firmy čím dál tím více investovat do výzkumu a vývoje, zdokonalovat své výrobky a optimalizovat jejich výrobu. Z těchto důvodů byla také zadána i tato bakalářská práce.

Zadavatelská firma se zabývá konstrukcí strojů na výrobu návinů ze skelných vláken. Vzhledem k technologii výroby vláken je stroj navržen tak, aby byla umožněna nepřerušovaná výroba. V točnicku stroje jsou letmo uložena dvě vřetena s navíjecími bubny. Po dokončení výroby návinu na jednom bubnu, dojde k otočení točnicku o 180° a navíjení probíhá plynule na druhý buben. Ještě před tím, než se dokončí návin na druhém bubnu, je hotový návin z prvního bubnu sejmut, celý proces se poté opakuje. Nevýhodou tohoto provedení je, že okamžik, kdy dochází k výměně bubnů, přináší mnohá úskalí, jako jsou například nekvalitní okraje návinu.

Z předešlého je patrné, že výroba větších návinů by mimo jiné umožnila menší frekvenci výměny bubnů a snímání hotových návinů. V neposlední řadě také snížení množství znehodnocovaného materiálu. Jedná se tedy o celkové zvýšení produktivity. K tomu aby byla umožněna výroba větších návinů je potřeba modifikovat stávající vřeteno a navíjecí buben. Tato modifikace s sebou přinese změnu chování celého systému, jejíž míru je potřeba posoudit.

Posouzení se může týkat změny deformace vlivem rozdílného zatížení, ale výraznější změny se dají očekávat v oblasti dynamického chování. Jednou z hlavních dynamických vlastností soustavy jsou její vlastní frekvence.

V případě rotujících těles odpovídající kritickým otáčkám, kterým je nutné se při provozu bezpodmínečně vyhnout. V praxi se to řeší například tím, že stroj pracuje v menších otáčkách, než je odpovídající první vlastní frekvence.

V případech, kdy pracovní oblast stroje leží nad touto hodnotou, je nutné ji co nejrychleji přejít. Z tohoto důvodu je v této práci posuzována hodnota vlastních frekvencí jako nejdůležitější parametr, který nám bude hodnotit míru změny chování celého systému. Cílem této práce není kompletní návrh nového vřetene, ale pouze vyšetření vlivu jednotlivých konstrukčních proměnných na posun vlastních frekvencí.

1. TVORBA MATEMATICKÉHO MODELU

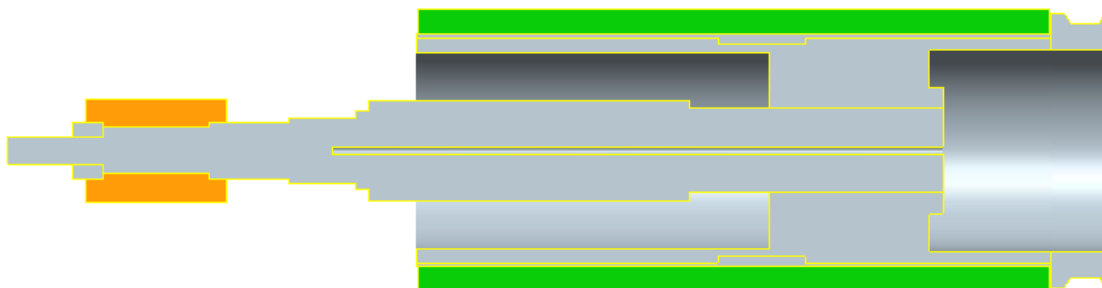
1.1 ZÁKLADNÍ POSTUP

Aby bylo možné provést modifikaci, je nejprve nutné vytvořit matematický model soustavy odpovídající současným parametrům. Ten poté podrobit modální analýze a výsledky ověřit pomocí měření vlastních frekvencí na skutečném stroji. V případě nedostatečné shody je nutné matematický model upravit a opět provést vyhodnocení výsledků modální analýzy.

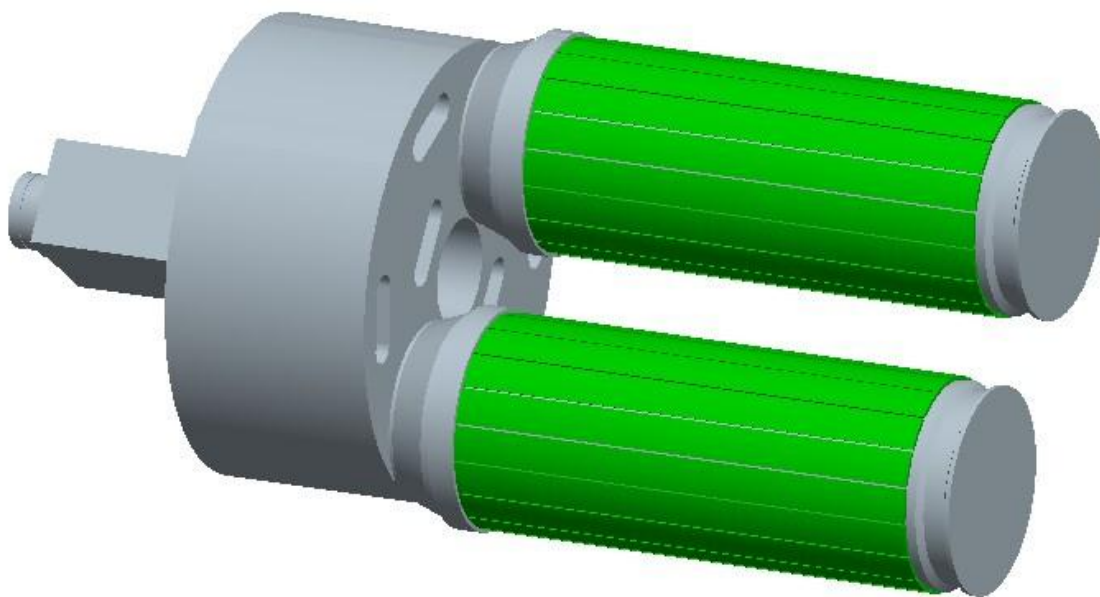
V případě že bude k dispozici vyhovující matematický model, přistoupí se poté k citlivostní analýze pro zvolené konstrukční proměnné. Citlivostní analýza spočívá ve zjištění vlivu jednotlivých konstrukčních proměnných na posun vlastních frekvencí zkoumané soustavy.

1.2 TVORBA CAD MODELU

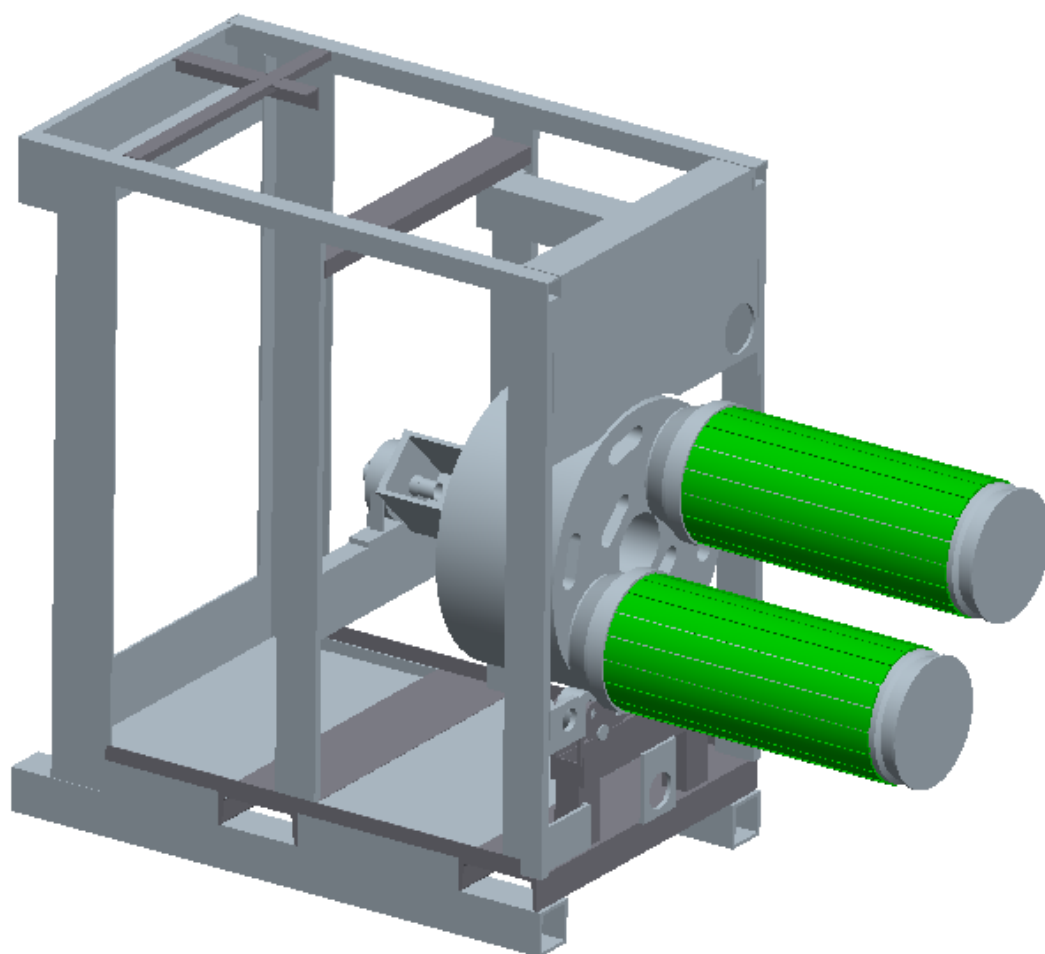
Při tvorbě matematického modelu bylo vycházeno z 3D CAD modelu celého stroje ve formátu step. Z důvodu nalezení co nejjednoduššího modelu, který by vhodně nahrazoval skutečnost, byly na jeho základě postupně vytvořeny v softwaru Pro/Engineer wildfire 4 celkem tři zjednodušené CAD modely. První model obsahoval pouze samotné vřeteno s navíjecím bubnem (obr. 1). Druhý pak dvě takováto vřetena s navíjecími bubny uložená v točniku stroje (obr. 2 a 4). Třetí model se skládal z druhého modelu, ke kterému byl ještě přidán rám stroje (obr. 3).



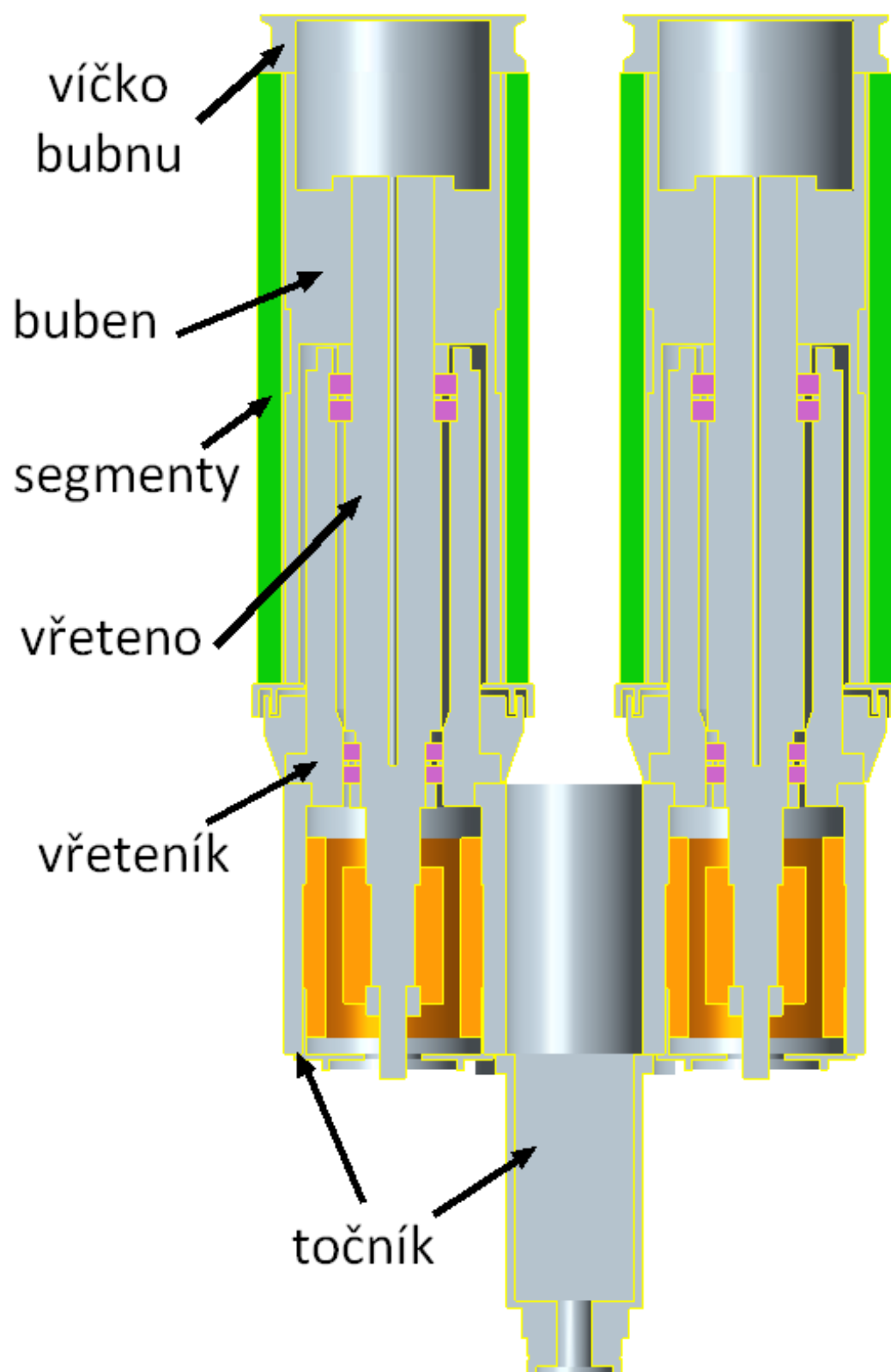
Obr. 1 První model - vřeteno s navíjecím bubnem v řezu



Obr. 2 Druhý model – sestava točniku



Obr. 3 Třetí model – sestava s rámem



Obr. 4 Detail řezu sestavy točníku

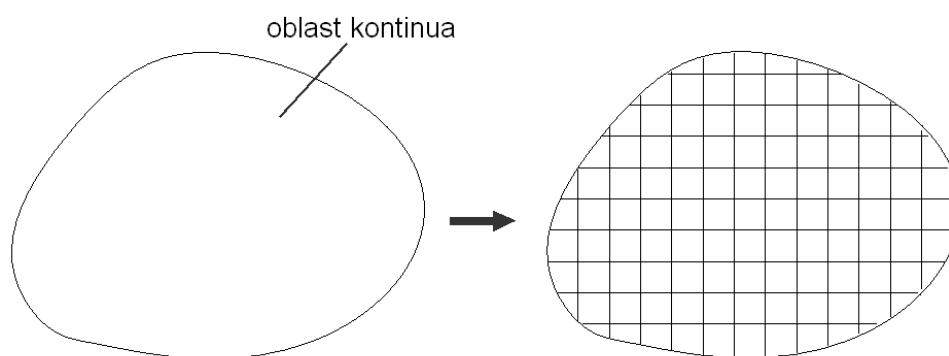
1.3 TVORBA FEM MODELU

1.3.1 TEORIE

Následující kapitola je zpracována na základě přednášek viz použitá lit.[1].

Metoda konečných prvků (zkráceně MKP, anglicky FEM = finite element method) je základní inženýrská metoda pro potřeby modelování a simulace. Lze aplikovat například na vyšetření průběhu napětí, deformací, vlastních frekvencí, proudění tepla a tekutin ale i na chování elektromagnetických a akustických polí. Používá se také při simulaci technologických operací jako je lití, tepelné zpracování, kování a podobně. Jedná se o numerickou metodu založenou na Lagrangeově variačním principu.

Tato metoda spočívá v diskretizaci spojitého problému, kdy je kontinuum nahrazeno konečným počtem prvků s konečnými rozměry (obr. 5). Z analytického řešení soustavy diferenciálních rovnic napsaných pro nekonečně malé elementy se stává soustava algebraických rovnic, která se řeší numericky. Algebraické rovnice jsou psány pro jednotlivé diskrétní body (uzly) sítě konečných prvků.

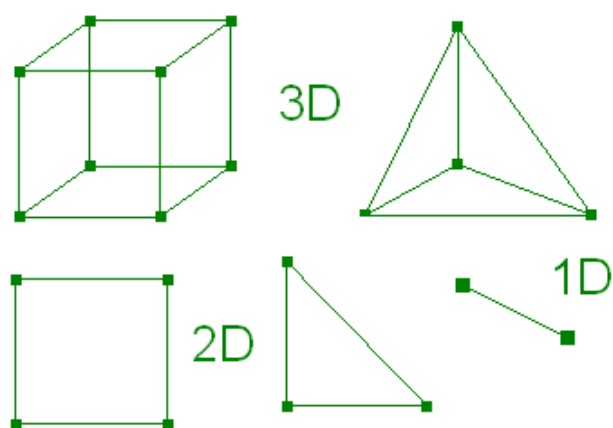


Obr. 5 Princip diskretizace

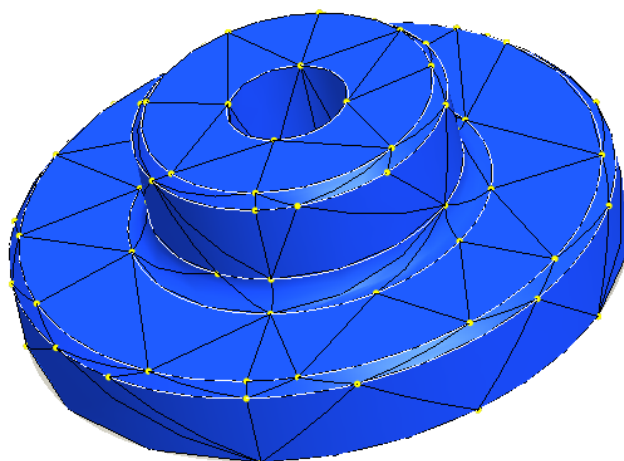
Síť konečných prvků lze generovat buď přímo, nebo automaticky. Přímá metoda je starší, časově náročnější a určená jen pro jednodušší tvary. Na druhou stranu umožňuje plnou kontrolu nad vytvářenou sítí, a lze tak dosáhnout kvalitnějšího zaskládání.

Automatická metoda spočívá, jak už název napovídá, v automatickém vygenerování sítě prvků. Její nevýhodou je, že vytvořená síť je v základu méně kvalitní. Na dosažení podobné přesnosti jako u přímé metody je potřeba zvětšit hustotu sítě a správně nastavit různé parametry. Zásadní výhodou je ale řádově menší časová náročnost.

Prvky sítě slouží kromě popisu geometrie také k popisu fyzikálního chování. Z hlediska dimenze geometrie se prvky rozlišují na 1D, 2D a 3D (obr. 6 a 7).

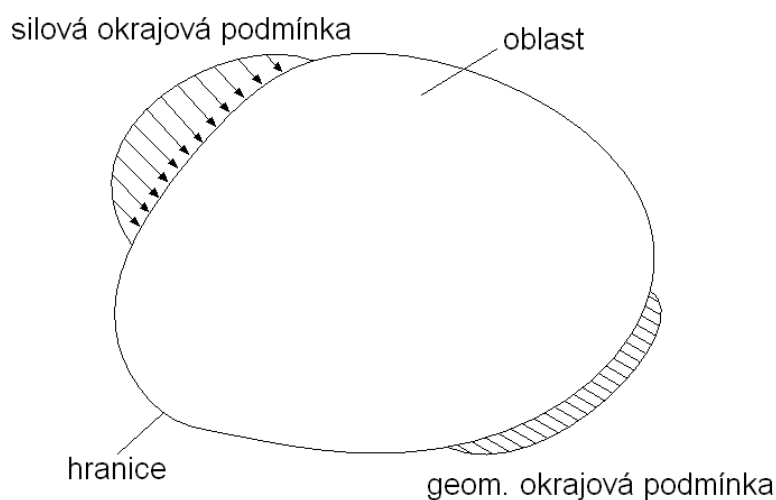


Obr. 6 Příklady typů konečných prvků



Obr. 7 Ukázka 3D sítě konečných prvků na konkrétním příkladu

Na celé hranici řešené oblasti musí být zadány a splněny okrajové podmínky. Na místa hranice, kde není uživatelem definována žádná okrajová podmínka, dodá software podmínku nulového zatížení (obr. 8).



Obr. 8 Schématické znázornění okrajových podmínek

Okrajové podmínky jsou dvojího typu:

a) Geometrické

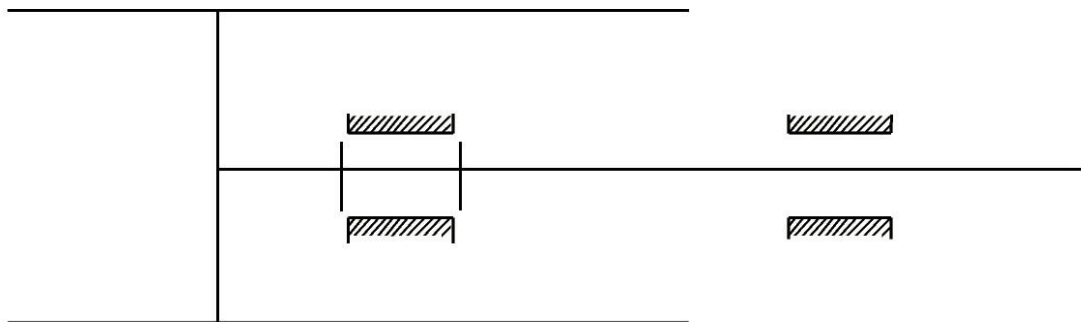
- Vyjadřují zadané posuvy na části hranice, posuvy jsou předem známy z charakteru uložení tělesa.
- Homogenní okrajové podmínky (žádný stupeň volnosti), vzhledem k poddajnosti rámu prakticky neexistují, proto dochází k idealizaci.
- Těleso je třeba uložit minimálně staticky určitě, aby nedocházelo ke vzniku singularit při výpočtech

b) Silové: reprezentuje je zatížení různého druhu

- Uzlové síly a momenty
- Zatížení na křivku
- Zatížení na plochu: spojitě, tlak, hydrostatické
- Objemové síly: tíha, dynamické účinky
- Teplotní zatížení: buď stejná teplota na celý model, nebo rozložení

1.3.2 PRVNÍ MODEL – VŘETENO S NAVÍJECÍM BUBNEM

Vřeteno s navíjecím bubnem je ve vřeteníku stroje uloženo na dvou párech kuličkových ložisek s kosoúhlým stykem. Přičemž první pár ložisek (obr. 9 vlevo) je ve vřeteníku uložen tak, aby zachytával kromě radiálního, také axiální zatížení. Tato uložení je třeba v modelu zohlednit ve formě okrajových podmínek.



Obr. 9 Zjednodušené schéma vřetene s navíjecím bubnem

Budeme-li uvažovat válcový souřadný systém o třech parametrech: R (poloměr), θ (pootočení) a Z (ve směru osy rotace vřetene) platí:

- a) Levý pár ložisek zabraňuje posuvu ve směru R a Z , tedy $T_R = T_Z = 0$
- b) Pravý pár ložisek zabraňuje pouze posuvu ve směru R , tedy $T_R = 0$

Dále zanedbáme-li torzní kmity, pak pro oba případy platí $T_\theta = 0$.

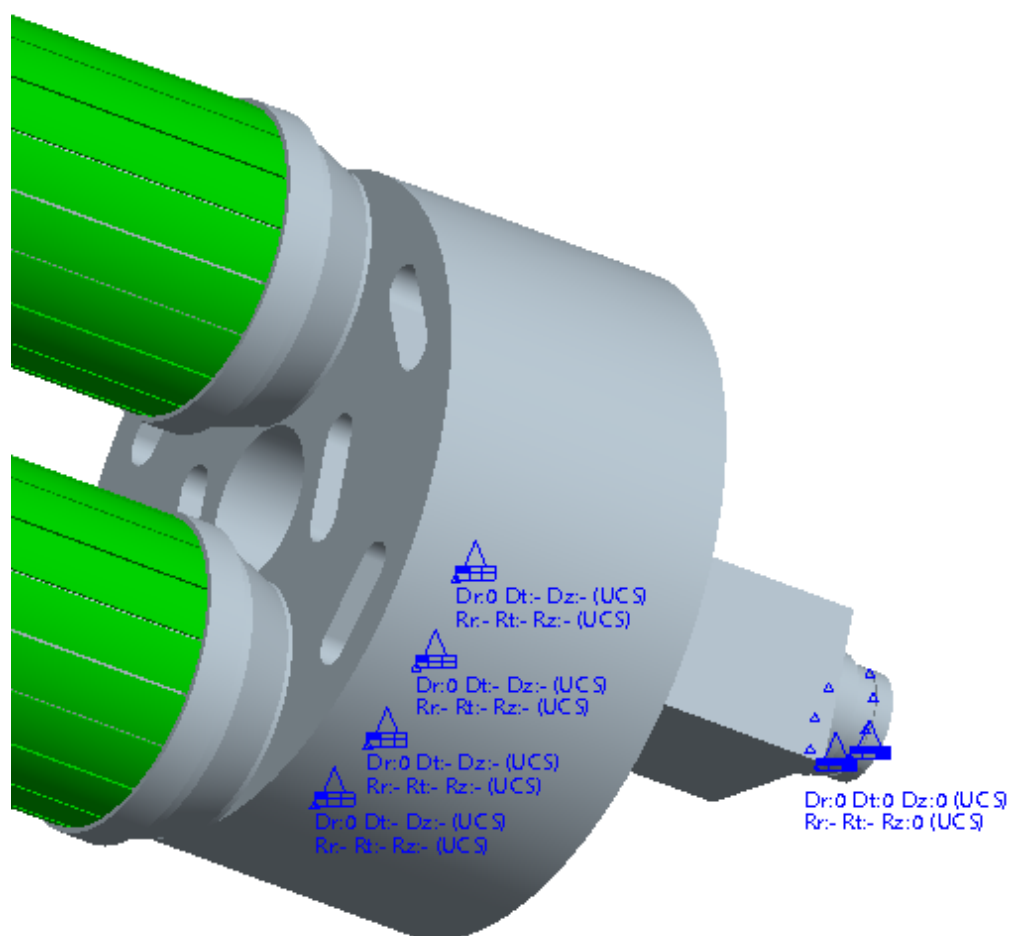
Výslednou situaci popisuje tabulka (1) níže.

Tab. 1 Použité okrajové podmínky u prvního modelu

	posuvy	
směry	levý pár	pravý pár
R	0	0
Z	0	-
θ	0	0

1.3.3 DRUHÝ MODEL – SESTAVA TOČNÍKU

Točník je ve stroji uložen na dvou místech. Ve spodní části je podepřen čtyřmi volně otočnými válci. V zadní části je pak uložen v kuličkovém radiálním ložisku. Uvažujme opět válcový souřadný systém, tentokrát s osou Z shodnou s osou rotace točníku. Styk točníku s válci lze pak realizovat jako plošky, na nichž je umístěna vazba zabraňující pohybu v radiálním směru. Jenže vzhledem k předpokládané určité poddajnosti rámu je výhodnější nahradit plošky pouze body, tak aby došlo ke snížení tuhosti uložení. Do těchto bodů byla umístěna vazba zamezující pouze pohybu v radiálním směru, platí tedy $TR=0$. Viz obr. 10.



Obr. 10 Znáznornění umístění vazeb

Pro uložení točníku v ložisku byla opět z důvodu snížení tuhosti uložení zvolena vazba místo na plochu na křivku (kružnici). Při použití stejného válcového souřadného systému jako v předchozím případě pak platí následující: $TR=TZ=T\theta=0$. Navíc vzhledem k tomu že je potřeba uložit model nejméně staticky určitě, je nutné zamezit také rotaci podél osy Z, tedy $RZ=0$.

1.3.4 TŘETÍ MODEL – SESTAVA S RÁMEM

Rám stroje je usazen na základech pomocí dvou podélných dutých čtvercových profilů. S poměrně dobrou přesností lze umístit na spodní plochy těchto profilů vazby zabráňující veškerému pohybu.

1.3.5 PARAMETRY MODELŮ

Pro tvorbu konečně prvkových modelů byl využit software Pro/Mechanica, který je součástí softwarového balíku Pro/Engineer. Tento software využívá typ konečných prvků TETRA. Síť byla vytvořena pomocí automatických generátorů, bez jakýchkoli dalších úprav. Pro samotný výpočet bylo využito metody zvané single-pass. Ta oproti metodě multi-pass poskytuje řešení s menší přesností, jelikož se ale v našem případě nesoustředíme vysloveně na absolutní hodnoty výsledků, nýbrž na vyšetření relativních trendů, poskytuje dostačenou přesnost za násobně kratší čas. Tabulka (2) níže uvádí několik dodatečných informací o modelech.

Tab. 2 Parametry modelů

	Model		
Parametr	vřeteno s bubnem	sestava točnicku	sestava s rámem
počet těles	24	74	142
počet prvků	31 938	76 303	99 630
doba výpočtu*	15min	0,5h	2h

**Udávaná doba výpočtu je pouze orientační a platí pro počítačovou sestavu s následujícími parametry: 6 jádrový procesor s frekvencí 2,67GHz a 12GB operační paměti RAM. Důležitým faktorem je také zkoumaný frekvenční rozsah, v případě prvních dvou modelů bylo zjišťováno prvních 6 hodnot, v případě třetího pak hodnoty v rozmezí 0-200Hz.*

Vytvořené modely nejsou použitelné pouze pro modální analýzu, která bude následovat, ale také pro ostatní úlohy, jako je například analýza deformací a podobně.

2. MODÁLNÍ ANALÝZA MATEMATICKÉHO MODELU

2.1 TEORIE

2.1.1 MECHANICKÉ KMITÁNÍ OBECNĚ

Zpracováno dle literatury [2, s. 170].

„Mechanické kmitání je dynamický jev, při němž hmotné body nebo tuhá tělesa vykonávají vratný pohyb kolem klidové rovnovážné polohy. Rovnovážná poloha tělesa je podmíněna nulovou hodnotou působících sil a naopak kmitání tělesa je vždy způsobeno budící silou, která může působit jak externě tak interně (tj. ze vnitřku tělesa).“ Hodnoty veličin mechanického kmitání (vibrací) jsou dány budící silou, jejím směrem a frekvencí. Kmitání lze popsat amplitudou a fází v daném časovém okamžiku.

Kmitání tělesa je dáno kombinací šesti pohybů, a to posunem v ortogonální soustavě souřadnic x , y , z a rotací kolem os x , y , z , neboli mechanický systém má šest stupňů volnosti. Většina mechanických systémů ale nemá ve skutečnosti nekonečně velkou tuhost a těleso nekmitá jako jeden bod, proto dochází ke vzniku vln. „Vlna je změna vlastností nebo fyzikálního stavu prostředí šířící se v tomto prostředí a přenášející energii, aniž by docházelo současně k přemísťování prostřední. U těles jednotlivé body prostředí kmitají s různou výchylkou a fázovou rychlostí a jev se šíří postupnými vlnami pružným prostředím. Pokud se v tělese vlivem odrazu superponují dvě totožné vlny a šíří se proti sobě stejnou fázovou rychlostí vzniká stojatá vlna.“

2.1.2 PRINCIP MODÁLNÍ ANALÝZY

Zpracováno dle literatury [3, s. 11 -12].

Obor dynamiky zabývající se kmitáním se nazývá modální analýza. K popisu kmitavých vlastností a chování soustav užívá možnosti rozkladu složitého kmitavého procesu na dílčí, tzv. vlastní příspěvky. Každý příspěvek je charakterizován vlastní frekvencí a vlastním tvarem kmitu.

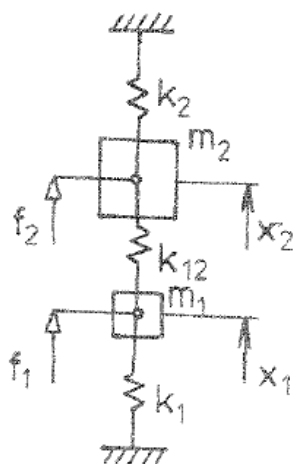
„Při matematickém modelování spočívá takový rozklad v náhradě soustavy vzájemně vázaných diferenciálních rovnic popisující kmitavé chování uvažované konstrukce soustavou nezávislých, izolovaně řešitelných diferenciálních rovnic pomocí tzv. modální transformace.“

Pro modální analýzu reálných soustav se spojitě rozloženými parametry se využívá náhradních modelů, u nichž je kontinuum vhodně diskretizováno, například pomocí metody konečných prvků. Kde na základě sítě konečných prvků jsou provedeny tyto výpočty:

- Sestavení globálních matic hmotnosti, tuhosti a popřípadě tlumení
- Vyhledání vlastních čísel a vlastních vektorů
- Rozvedení výsledků např. do grafické podoby (tzv. postprocessing)

2.1.3 PRINCIP VYHLEDÁNÍ VLASTNÍCH PŘÍSPĚVKŮ

Vysvětlení problematiky na jednoduchém příkladu s netlumenou soustavou se dvěma stupni volnosti (obr. 11) dle literatury [3, str. 27-28].



Obr. 11 Schéma soustavy dle [3, str. 27]

- Sestavení silových rovnic rovnováhy pro těžiště obou připojených hmot

S ohledem na předchozí obr. 11 dostáváme následující rovnice (1) a (2).

$$m_1 \ddot{x}_1 + (k_1 + k_{12}) \cdot x_1 - k_{12} \cdot x_2 = F_1 \quad (1)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 - k_{12} \cdot x_1 + (k_2 + k_{12}) \cdot x_2 = F_2 \quad (2)$$

Tyto rovnice lze přepsat do maticového zápisu (3).

$$M \cdot \ddot{x} + k \cdot x = F \quad (3)$$

Kde:

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}; k = \begin{bmatrix} k_1 + k_{12} & -k_{12} \\ -k_{12} & k_2 + k_{12} \end{bmatrix}; x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}; F = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix}$$

b) Řešení homogenní rovnice pro volné kmitání, kde působící síla $F=0$.

Předpokládáme zápis harmonického pohybu ve tvaru (4).

$$x = X \cdot e^{(i \cdot \omega \cdot t)} \quad (4)$$

Tento vztah dvakrát zderivujeme a použijeme substituci $\omega^2 = \lambda$.

$$\ddot{x} = -\omega^2 \cdot x = -\lambda \cdot x \quad (5)$$

Dosazením (5) do (3) a nahrazením lokální souřadnice x používanějším označením u , získáváme (6).

$$(K - \lambda \cdot M) \cdot u = 0 \quad (6)$$

Vynásobíme-li tento výraz (6) inverzní maticí K dostáváme (7).

$$(M^{-1} \cdot K - \lambda \cdot M^{-1} \cdot M) \cdot u = 0 \quad (7)$$

Po substituci $A = M^{-1} \cdot K$ a $E = M^{-1} \cdot M$; kde E je jednotková matice,

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

získáváme výraz (8), který představuje známý problém nalezení vlastních čísel a vlastních vektorů.

$$(A - \lambda \cdot E) \cdot u = 0 \quad (8)$$

Podmínkou řešitelnosti (8) je tzv. charakteristická rovnice (9).

$$\det(A - \lambda \cdot E) = 0 \quad (9)$$

Jejíž řešením dostaneme vlastní čísla λ_n a jejich dosazením do (8) vlastní vektory u_n (za předpokladu jednoduchých kořenů a lineární nezávislosti soustavy), kde obecně $n=1,2,\dots,N$. S tím že N je stupeň polynomu odpovídající počtu stupňů volnosti. V tomto případě $N=2$.

Využijeme-li zpětnou substituci $\omega = \sqrt{\lambda}$ a vztah $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$ dostáváme pro výpočet n vlastních frekvencí f_n výraz (10).

$$f_n = 2 \cdot \pi / \sqrt{\lambda_n} \quad (10)$$

Hodnoty vlastních frekvencí jsou velice důležité, neboť při shodě budící frekvence a vlastní frekvence může dojít k rezonanci. Rezonance je jev, kdy dojde k nadměrnému rozkmitání, amplituda kmitání se blíží nekonečnu.

2.2 VÝSLEDKY MODÁLNÍ ANALÝZY

a) První model: vřeteno s navíjecím bubnem

Prvních šest vypočítaných vlastních frekvencí ukazuje tab. 3.

Tab. 3 Vlastní frekvence vřetene s navíjecím bubnem

č.	1	2	3	4	5	6
Frekvence [Hz]	227,36	228,15	337,36	337,55	403,76	846,09

Analýzou vlastních tvarů kmitů můžeme dospět k několika poznatkům:

- Vlastní tvary kmitů odpovídající vlastním frekvencím č. 1 a 2 jsou shodné, pouze jsou natočené do navzájem kolmých rovin. Hodnoty frekvencí jsou odlišné pouze z důvodu nesymetričnosti FEM modelu.
- Totéž jako v předešlém případě platí také u vlastních tvarů odpovídajících frekvencím č. 3 a 4.
- Tuhost vřetene s navíjecím bubnem je s ohledem na budící frekvence (resp. pracovní otáčky) dostatečná

b) Druhý model: sestava točnicku

Prvních šest vypočítaných vlastních frekvencí ukazuje tab. 4.

Tab. 4 Vlastní frekvence sestavy točnicku

č.	1	2	3	4	5	6
Frekvence [Hz]	31,31	71,51	97,91	168,86	197,1	207,07

Oproti prvnímu případu se zde objevily mnohem nižší frekvence. To je dáno tím, že daný model výrazně zjednodušuje uložení točnicku do rámu stroje. Toto zjednodušení má výrazný vliv na získané výsledky. Také bylo zjištěno, že na tyto výsledky má zásadní vliv i jen nepatrná úprava okrajových podmínek. Z toho lze usoudit, že okrajové podmínky, které by odpovídaly skutečnosti, se budou nacházet obtížně.

c) Třetí model: sestava s rámem

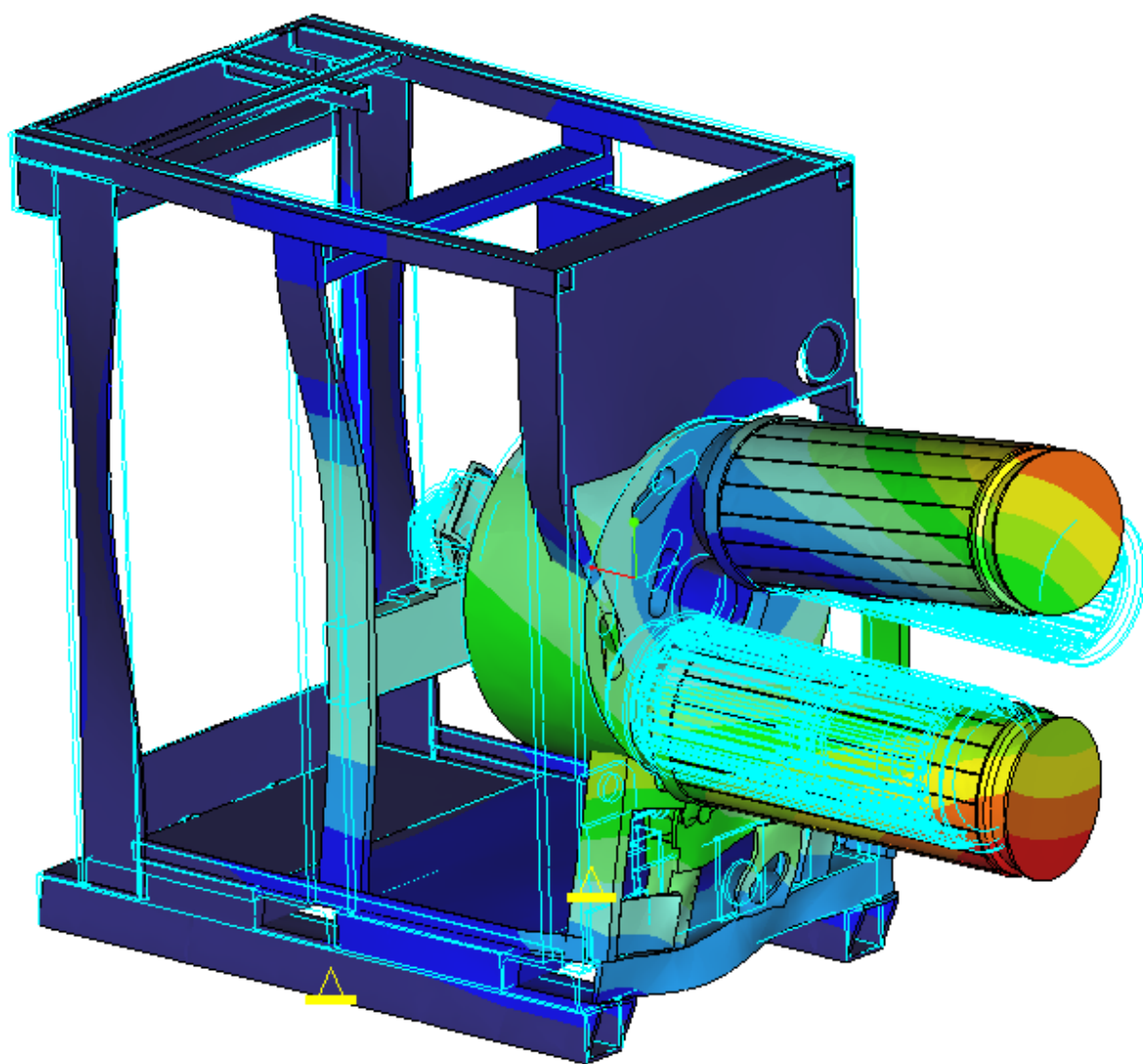
Předchozí druhý model byl rozšířen o základní rám stroje a při výpočtu byla analyzována frekvenční oblast v rozmezí 0 - 200Hz, ve které bylo nalezeno celkem 22 vlastních frekvencí. Většina z nich se týkala právě zmíněného rámu, ale 3 z nich lze přisoudit sestavě točnicku s vřeteny. Tyto frekvence jsou v následující tabulce (5) zvýrazněny **červeně**. Pro další použití si je označme v pořadí jako I, II a III. Prvních devět frekvencí pak abecedně a-i.

Tab. 5 Vlastní frekvence sestavy s rámem v rozmezí 0-200Hz

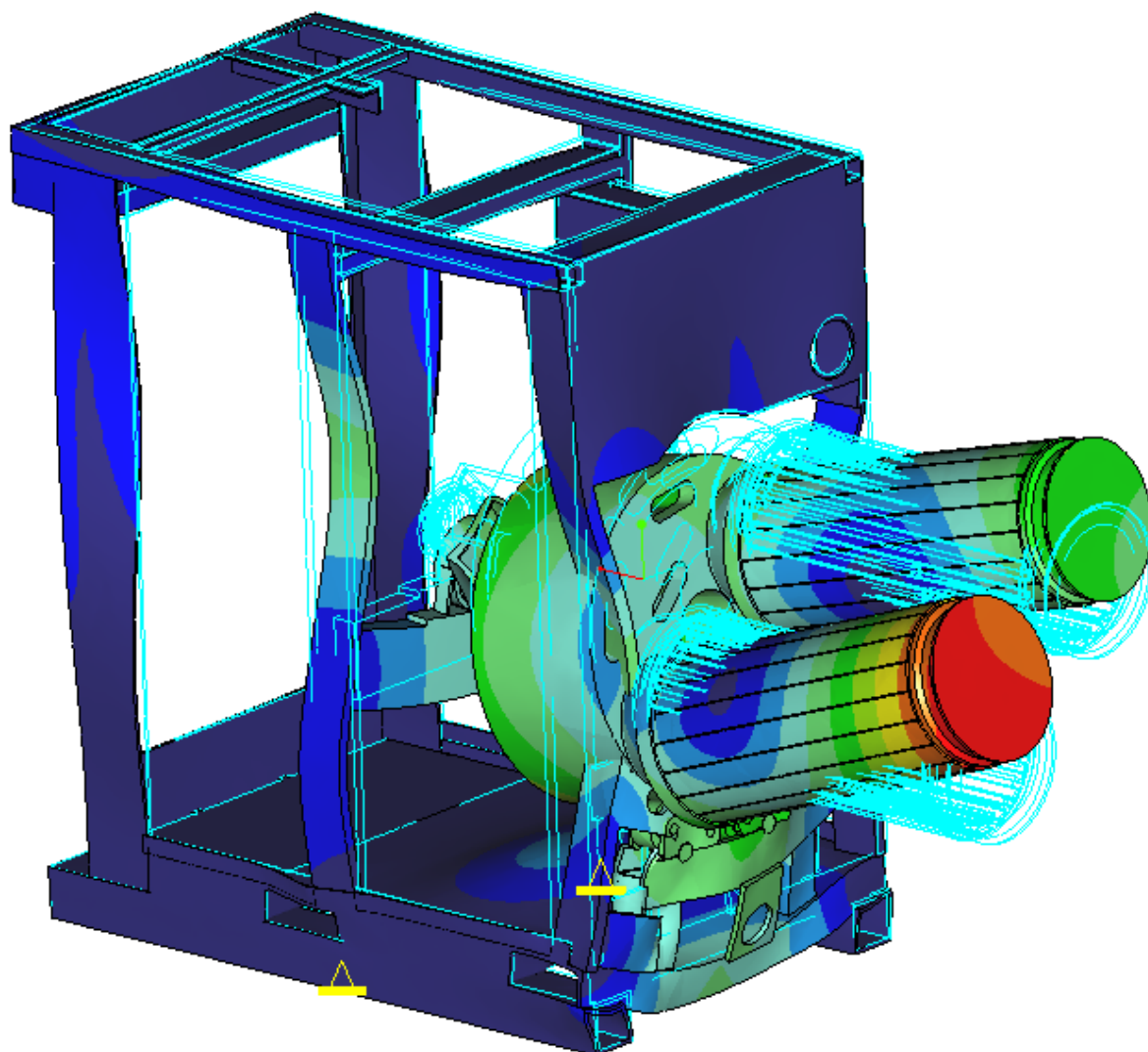
č.	frekvence [Hz]	ozn.	č.	frekvence [Hz]	ozn.
1	25,56	a	12	126,31	
2	27,63	b	13	130,79	I
3	30,24	c	14	134,23	
4	40,22	d	15	144,26	
5	46,80	e	16	146,28	II
6	53,20	f	17	170,19	III
7	58,08	g	18	177,57	
8	63,73	h	19	193,25	
9	65,88	i	20	193,76	
10	91,42		21	194,60	
11	96,06		22	195,74	

Případné nepřesnosti těchto hodnot mohou být způsobeny například zjednodušenou geometrií rámu, pevným spojením točnicku s podpěrnými válci, případně nepřesnostmi předchozích modelů.

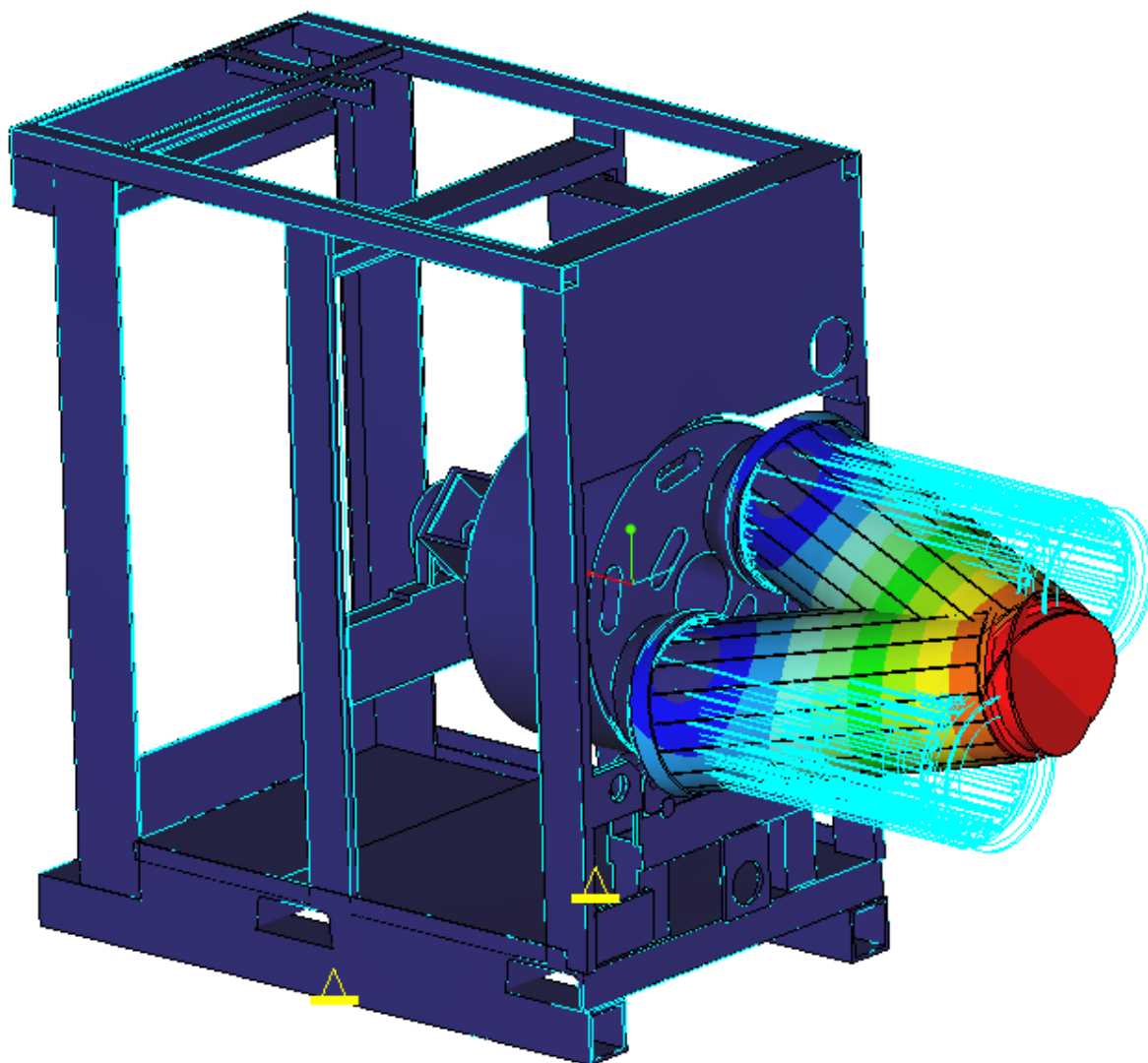
Vlastní tvary kmitů příslušející zvýrazněným vlastním frekvencím jsou vyobrazeny na následujících třech stránkách (obr. 12,13 a 14).



Obr. 12 Vlastní tvar kmitu odpovídající frekvenci I



Obr. 13 Vlastní tvar kmitu odpovídající frekvenci II



Obr. 14 Vlastní tvar kmitu odpovídající frekvenci III

3. MĚŘENÍ VLASTNÍCH FREKVENCÍ NA STROJI

3.1 TEORIE

„Při experimentálním vyšetřování se odměřuje odezva konstrukcí při jejich řízeném buzení ve zvolené síti bodů na povrchu konstrukce. Z vyhodnocených frekvenčních přenosů mezi jednotlivými dvojicemi bodů se určují vlastní frekvence a vlastní tvary kmitu regresním výpočtem z odměřených údajů. Takové práce se označují též jako experimentální modální identifikace, modální testování apod.“ *Zpracováno dle literatury [3, s. 11].*

3.1.1 BUDÍCÍ ÚČINKY

Zpracováno dle literatury [3, s. 63-64].

V současnosti se používají tyto druhy budících účinků:

- a) Harmonické s rozmítanou frekvencí
- b) Rázové
- c) Náhodné, syntetizované pomocí řízených generátorů signálu
- d) Pseudonáhodné, kdy se časový segment náhodného buzení opakuje

Všechny tyto druhy buzení jsou širokopásmové, jejichž spektrum je pokud možno v širokém frekvenčním spektru ploché. To je z důvodu možnosti zpracování širokého frekvenčního oboru v jediném kroku.

V našem případě byly kmity vybuzeny rázem pomocí poklepového kladívka (obr. 15).



Obr. 15 Fotografie poklepového kladívka

3.1.2 SNÍMAČE ODEZVY

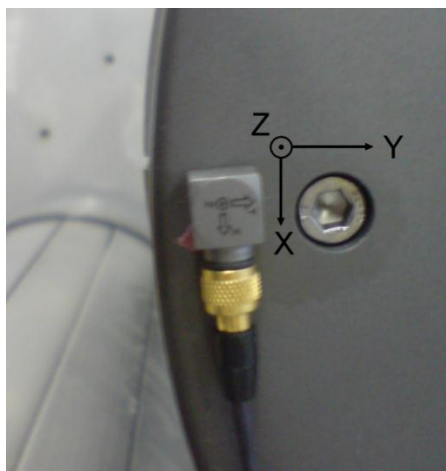
Zpracováno dle literatury [2, s. 174,175 a 180].

Pro zvýraznění vysokofrekvenčních složek vibrací (ekv. mechanického kmitání) se odezva vyhodnocuje pomocí snímačů efektivního zrychlení. Naopak pro zvýraznění nízkých frekvencí je vhodnější využít snímače efektivní hodnoty výchylky.

Pro realizaci snímačů zrychlení (tzv. akcelerometrů) existuje celá řada fyzikálních principů. Jsou to například piezoelektrický, piezorezistivní, kapacitní a podobně.

„Při diagnostikování strojů je nutné rozlišovat absolutní a relativní vibrace. U absolutních vibrací tělesa je pohyb tělesa vztahován ke gravitačnímu poli zeměkoule neboli k pevnému, ale fixnímu bodu. Relativní vibrace tělesa jsou vyhodnocovány vůči zvolenému reálnému bodu (např. jiná část stroje, základová deska stroje apod.), tj. bodu, který může být také v pohybu.“

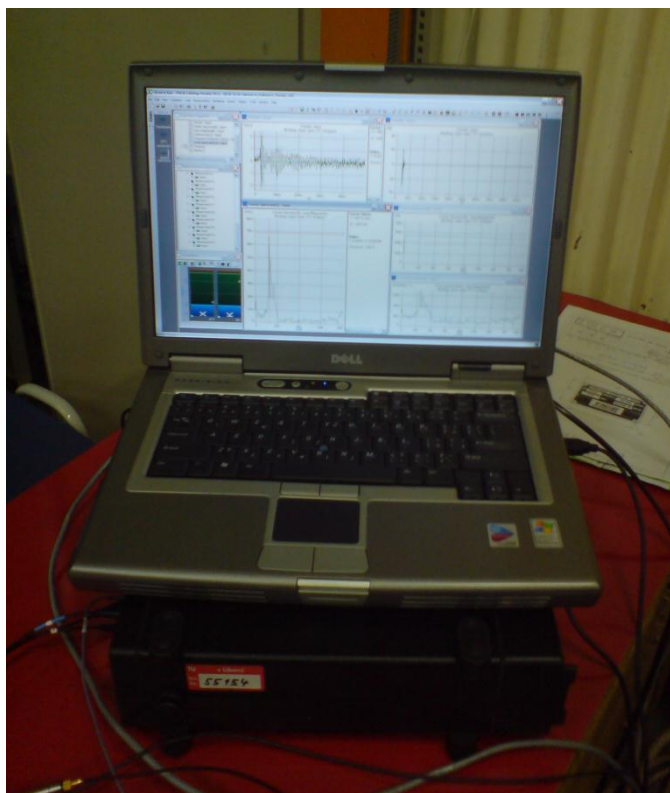
„Piezoelektrický akcelerometr, je nejužívanějším typem absolutních senzorů vibrací. Podstatou piezoelektrických senzorů je přímý piezoelektrický jev, při němž deformací vybraných krystalických nebo polykrystalických látek vzniká dipólový elektrický moment objemového elementu a ve výsledném efektu způsobí elektrickou polarizaci čidla. Piezoelektrický jev závisí na směru deformace vzhledem k osám krystalové mřížky.“ Tento senzor byl také využit v našem případě (obr. 16).



Obr. 16 Detail snímače připevněného na horním bubnu s vyznačenými osami

3.1.3 VYHODNOCENÍ SIGNÁLU

Odezva se snímá vždy zvlášť pro každý směr poklepu. Směry jsou na snímači označeny X, Y, Z a jsou na sebe kolmé. Jak kladívko, tak snímač mají přivedené vývody do měřicí aparatury. Vývod z této aparatury vstupuje do přenosného počítače, ve kterém probíhá vyhodnocení pomocí speciálního softwaru. V našem případě se jednalo o PULSE LabShop. Viz fotografie na obr. 17.



Obr. 17 Měřicí aparatura

Zpracováno dle literatury [2, s. 170-172].

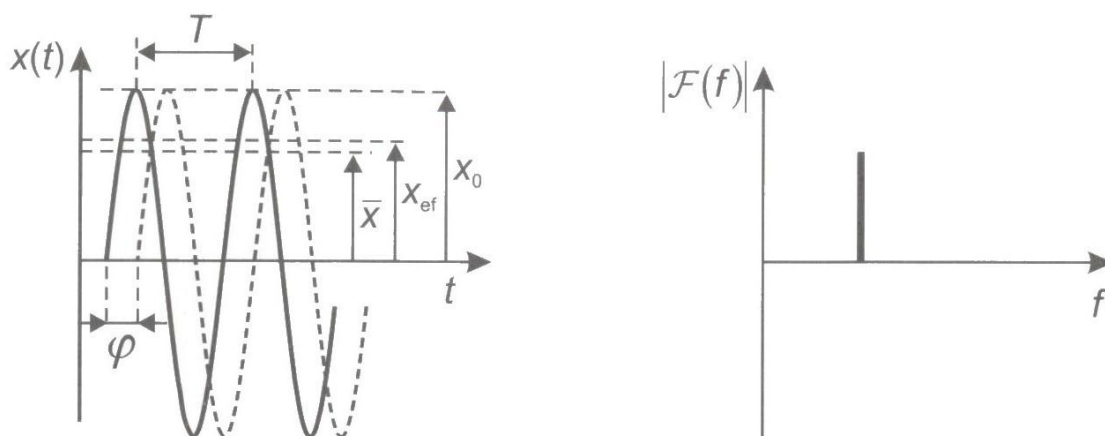
Nasnímaný signál může mít dle časových změn veličin charakter jevu periodického, neperiodického nebo náhodného. U periodických vibrací se časový průběh veličin opakuje. Harmonické vibrace jsou periodické vibrace obsahující jedinou frekvenci. Superpozicí různých časových průběhů, a mohou být jak periodické tak neperiodické, vznikají složené vibrace.

„U vibrací strojů se nejčastěji vyskytuje superpozice složených vibrací a náhodných vibrací.,,

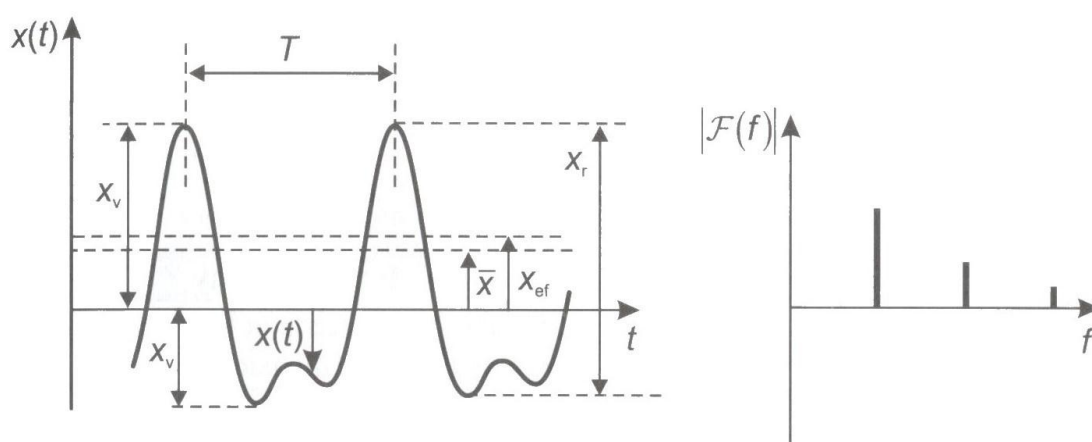
Zpracováno dle literatury [2, s. 40].

Nasnímaný signál je časově závislý, pro naše potřeby je ale nutné ho převést z časové oblasti do oblasti frekvenční. Abychom to mohli provést, je potřeba signál nejprve nějakým způsobem popsat, nejlépe pak pomocí harmonických funkcí. K tomuto slouží v případě periodických signálů rozklad pomocí **Fourierových řad**, v případě neperiodických signálů **Fourierova transformace**.

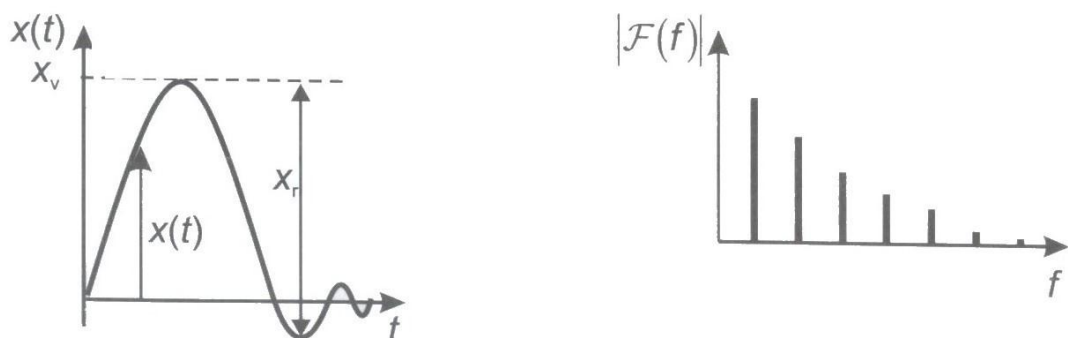
Princip vyjádření signálu pomocí Fourierových řad spočívá v možnosti vytvoření libovolného spojitého periodického signálu sečtením konečného počtu harmonických funkcí s různými frekvencemi, spektrum těchto signálů má tedy čárový (diskrétní) charakter. Na obrázcích (18-21) níže je vždy zobrazen vlevo časový průběh signálu, vpravo pak jeho vyjádření ve frekvenční oblasti.



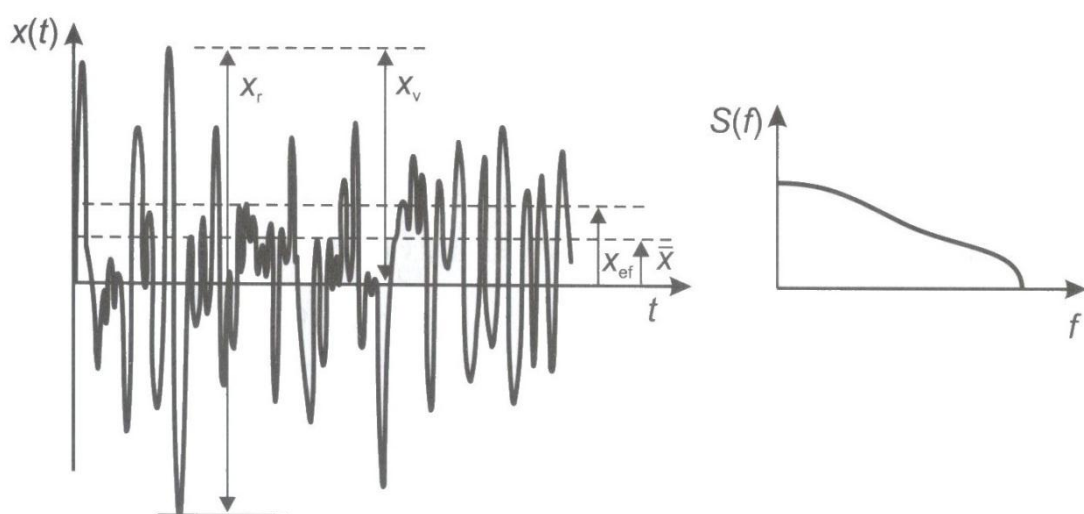
Obr. 18 Harmonický signál dle lit. [2, s.171]



Obr. 19 Složený periodický signál dle lit. [2, s.171]



Obr. 20 Přechodový signál dle lit. [2, s.171]

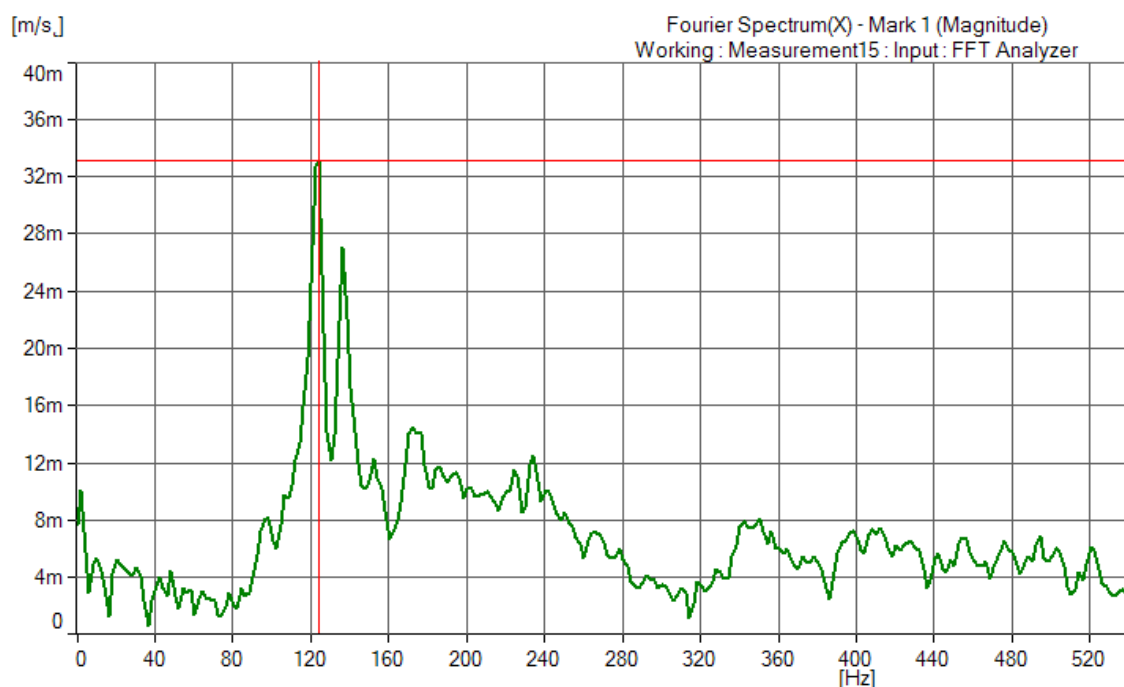


Obr. 21 Náhodný signál dle lit. [2, s.171]

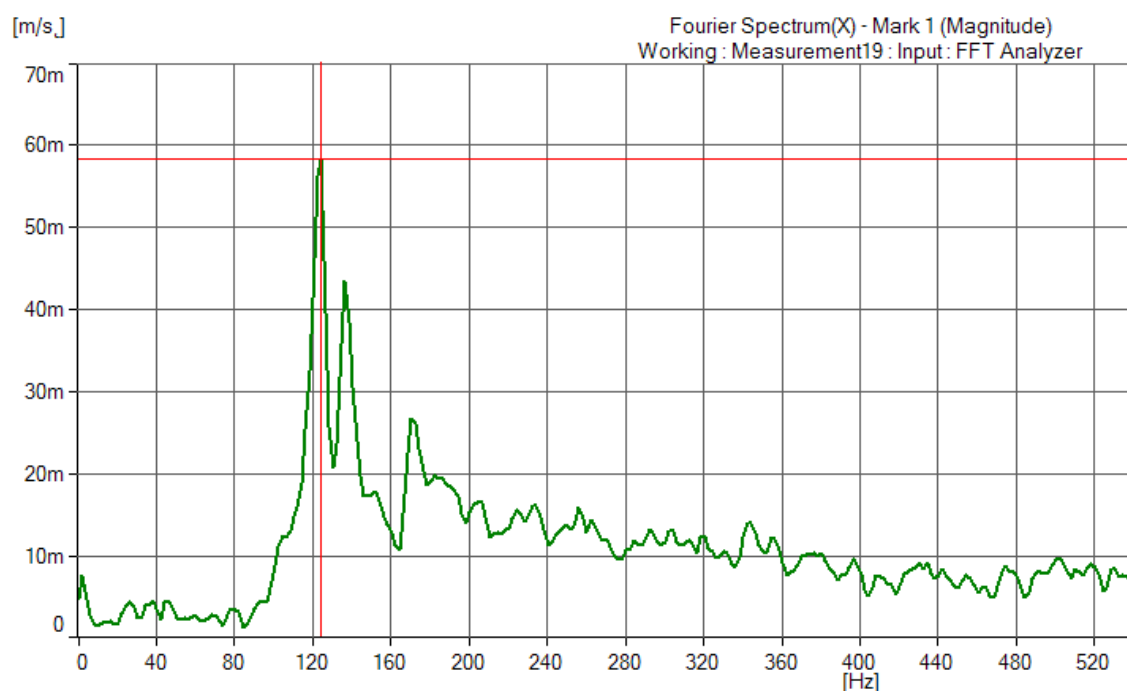
3.2 POSTUP VLASTNÍHO MĚŘENÍ

Vzhledem ke složitosti soustavy probíhalo měření ve dvou fázích. Nejprve byly kmity vybuzeny ve všech třech směrech na horním bubnu, kde byl umístěn snímač. Poté na spodním bubnu, na němž snímač umístěn nebyl. Celkem proběhlo tedy šest měření.

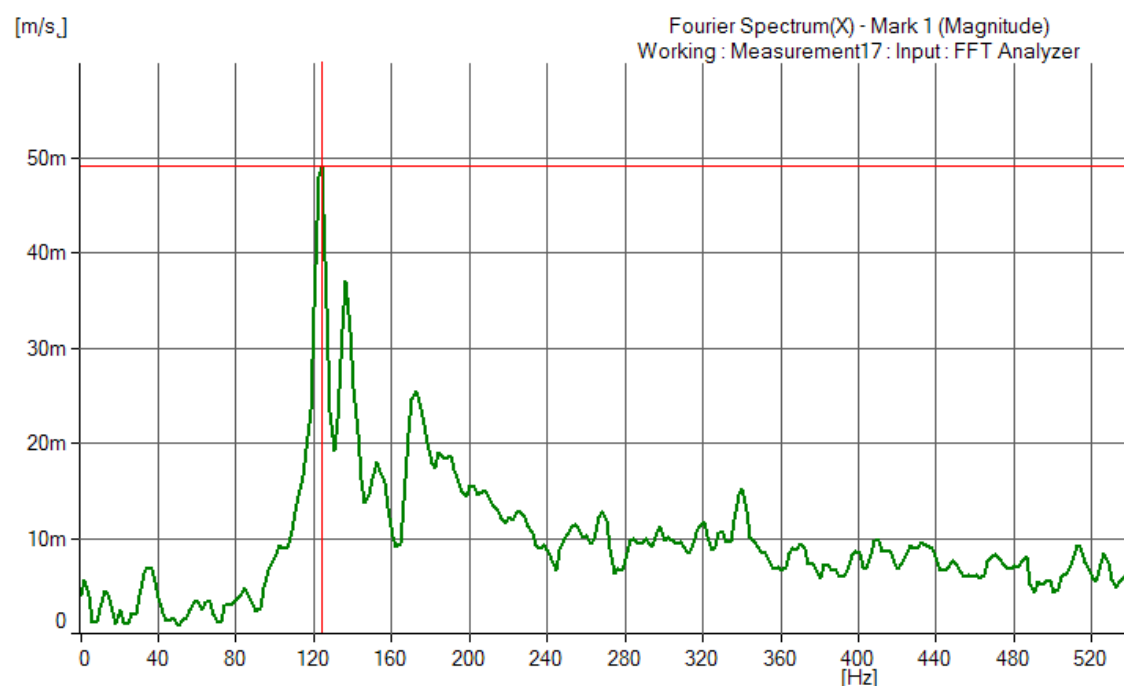
3.3 VÝSLEDKY MĚŘENÍ



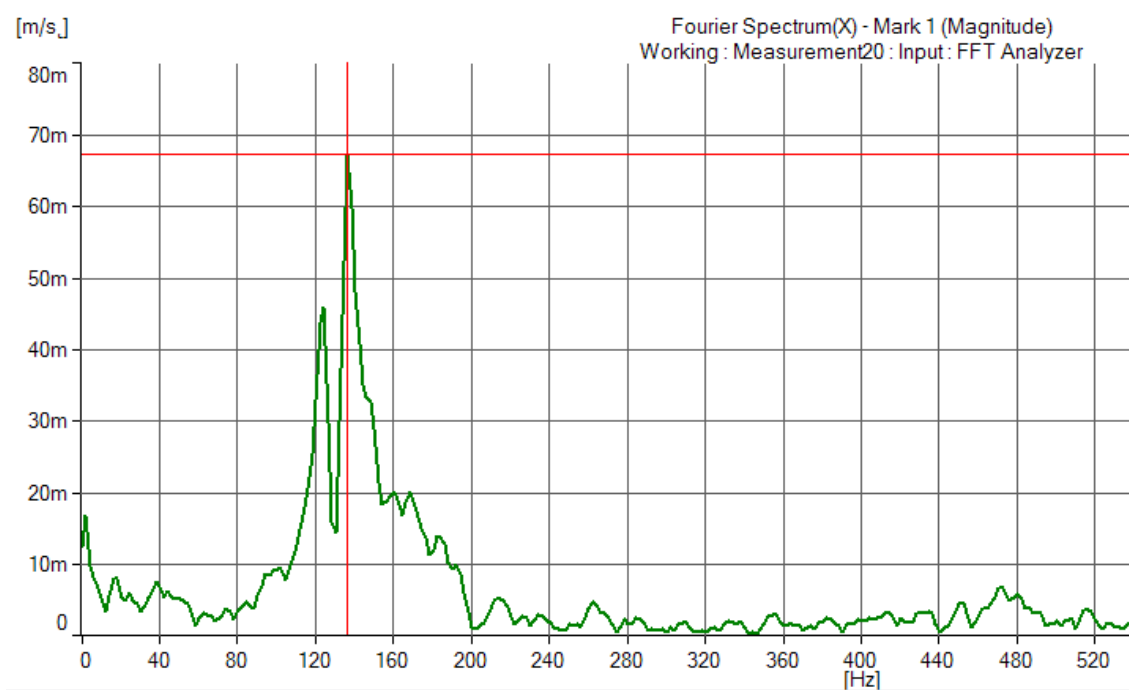
Obr. 22 Buben se snímačem – směr x



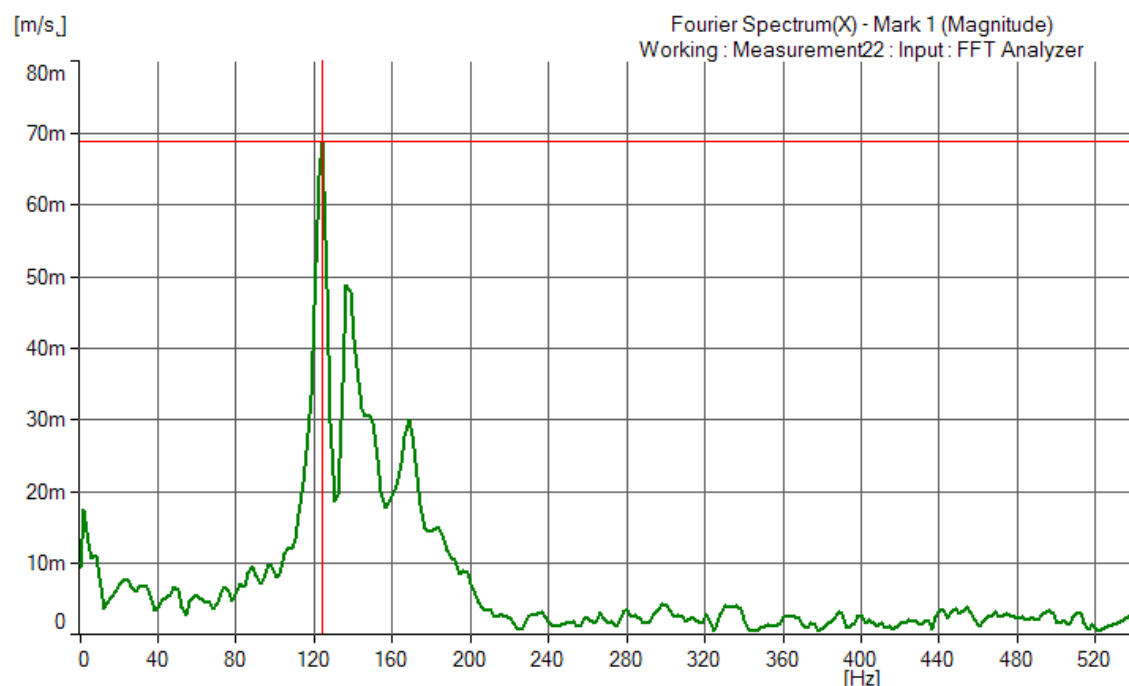
Obr. 23 Buben se snímačem – směr y



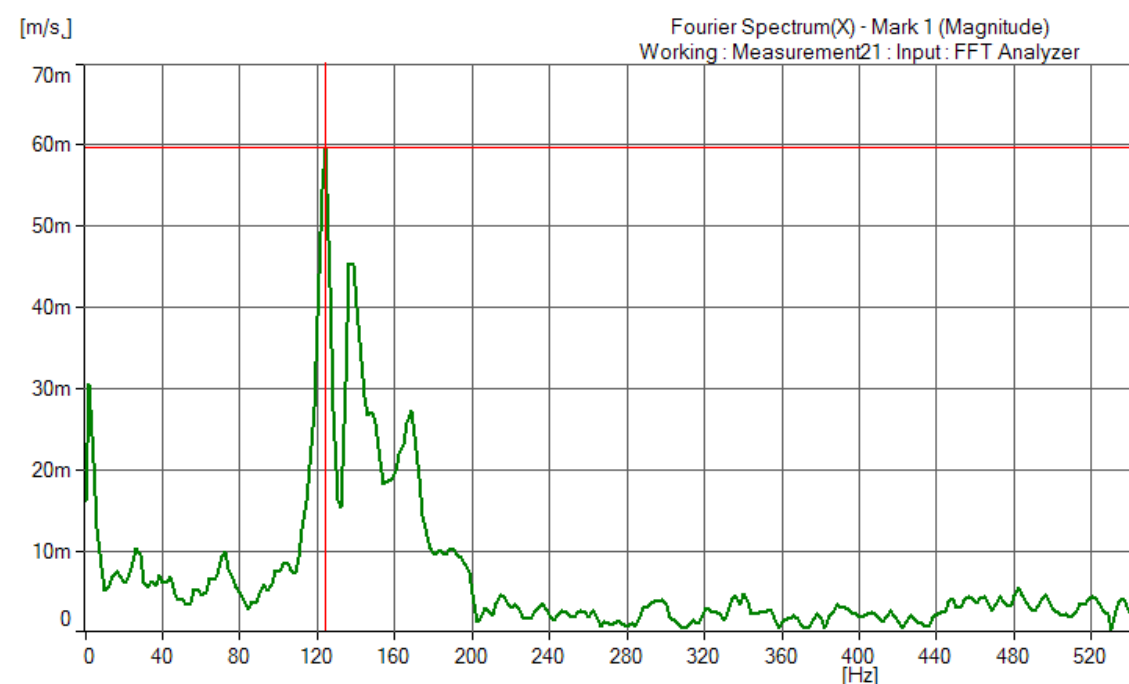
Obr. 24 Buben se snímačem – směr z



Obr. 25 Buben bez snímače – směr x



Obr. 26 Buben bez snímače – směr y



Obr. 27 Buben bez snímače – směr z

3.4 VYHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ

Ve všech grafech Fourierova spektra (obr. 22-27) jsou nejvíce patrné tyto tři vlastní frekvence: 124Hz, 136Hz a 170Hz.

4. VERIFIKACE MATEMATICKÉHO MODELU

V následující tabulce (6) jsou shrnuty vlastní frekvence příslušející jednotlivým matematickým modelům a také ty naměřené. Korespondující hodnoty jsou barevně zvýrazněny. U sestavy s rámem jsou vybrány pouze vlastní frekvence týkající se sestavy točnicku s vřeteny.

Tab. 6 Vypočítané a naměřené hodnoty vlastních frekvencí

	Vlastní frekvence [Hz]					
Vřeteno s bubnem	227,36	228,15	337,36	337,55	403,76	846,09
Sestava točnicku	31,31	71,51	97,91	168,86	197,1	207,07
Sestava s rámem		130,79	146,28	170,19		
Měření		124	136	170		

Z těchto údajů plyne, že nejlepší shody bylo dosaženo až ve třetím případě, kdy byl modální analýze podroben matematický model sestavy s rámem. V případě prvního modelu jsou hodnoty příliš vysoké, v případě druhého jsou spočítány s velkou chybou díky okrajovým podmínkám. V následující tabulce (7) je již konkrétní porovnání hodnot z měření právě s výsledky modální analýzy třetího modelu, jedná se o hodnoty dříve označené jako I, II a III.

Tab. 7 Konkrétní porovnání měření a vybraného modelu

Vlastní frekvence [Hz]		Rozdíl	
měření	výpočty	Δ	%
124	130,79	6,79	5,5
136	146,28	10,28	7,6
170	170,19	0,19	0,1

Jak je patrné z předchozí tabulky maximální odchylka hodnot vlastních frekvencí činí 7,6%. Tyto hodnoty se nacházejí dostatečně daleko od pracovní oblasti stroje (5000ot/min ~ 83,3Hz) a týkají se sestavy točniku s vřeteny. Proto, abychom mohli celý matematický model prohlásit za správný, bylo by vhodné provést ještě další verifikaci pomocí jiného měření.

Jednou z možností je získání vlastních frekvencí z dobřehové analýzy poskytnuté samotnou firmou. Ta není součástí této práce, jelikož se jedná o interní dokument. Z ní vyplývá, že největší nárůst vibrací je v rozmezí 27 - 30Hz (1600 – 1800 ot/min). Při pohledu na výsledky modální analýzy (tab. 8), je pravděpodobné, že tento nárůst je způsoben některou z prvních tří vlastních frekvencí. Bližší určení není možné, jelikož chyby těchto hodnot v přepočtu na otáčky (60x) mohou být relativně vysoké.

Tab. 8 Přepočet prvních devíti vlastních frekvencí sestavy s rámem na otáčky

frekvence [Hz]	otáčky [1/min]
25,56	1534
27,63	1658
30,24	1814
40,22	2413
46,80	2808
53,20	3192
58,08	3485
63,73	3824
65,88	3953

Vzhledem k tomu, že primárním cílem této práce je vyšetření tendencí, nikoli absolutních hodnot, považujeme zvolený matematický model za vyhovující.

Při vyhodnocování citlivostní analýzy v následující kapitole budou zkoumány jak změny vlastních frekvencí, které byly naměřeny (I, II, III), tak změny prvních devíti vlastních frekvencí (a-i).

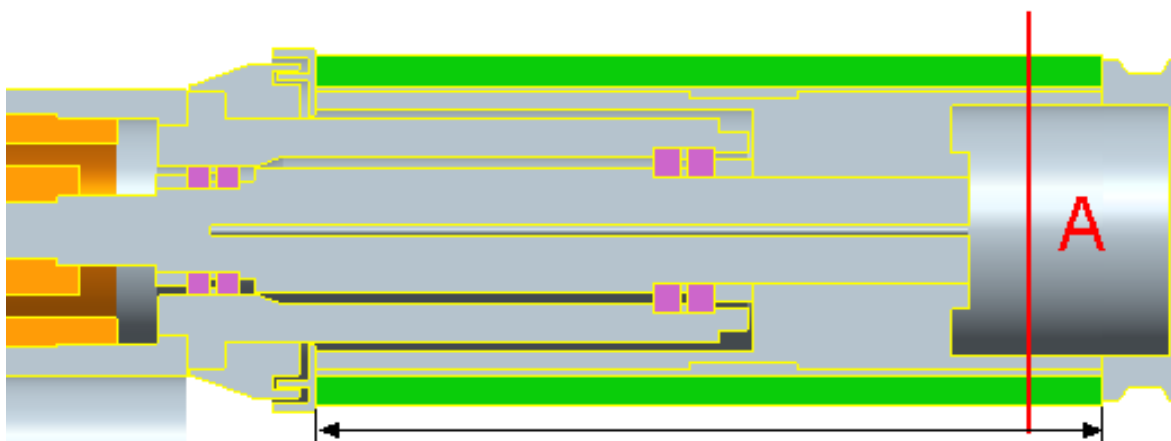
5. CITLIVOSTNÍ ANALÝZA

5.1 NÁVRH KONSTRUKČNÍCH PROMĚNNÝCH

Na základě diskuze s firmou byly zvoleny tři konstrukční proměnné.

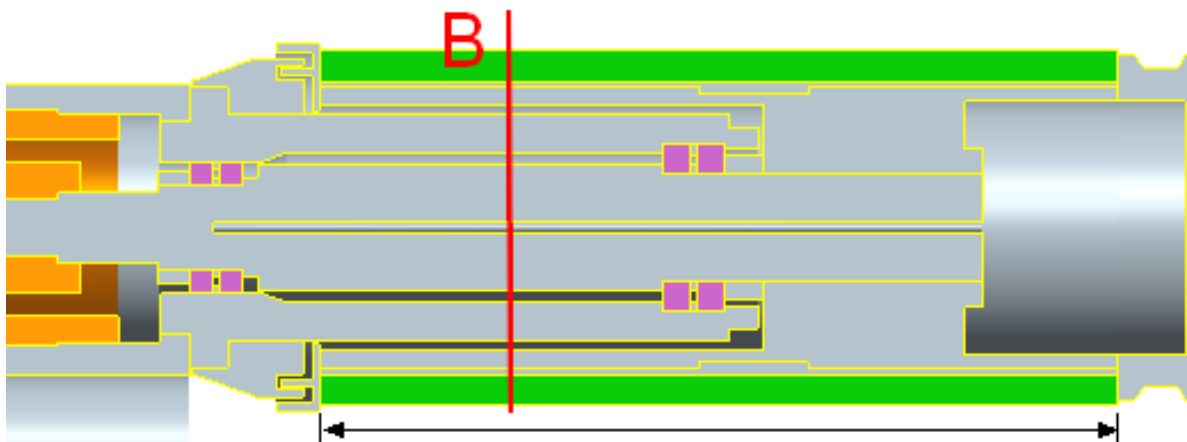
Označme je A, B a C.

První z nich se týkala samotného bubnu, její podstatu znázorňuje pomyslný řez na obr. 28. Při její změně dochází pouze ke změně tělesa bubnu a segmentů. Její výchozí hodnotu určuje délka tělesa bubnu.



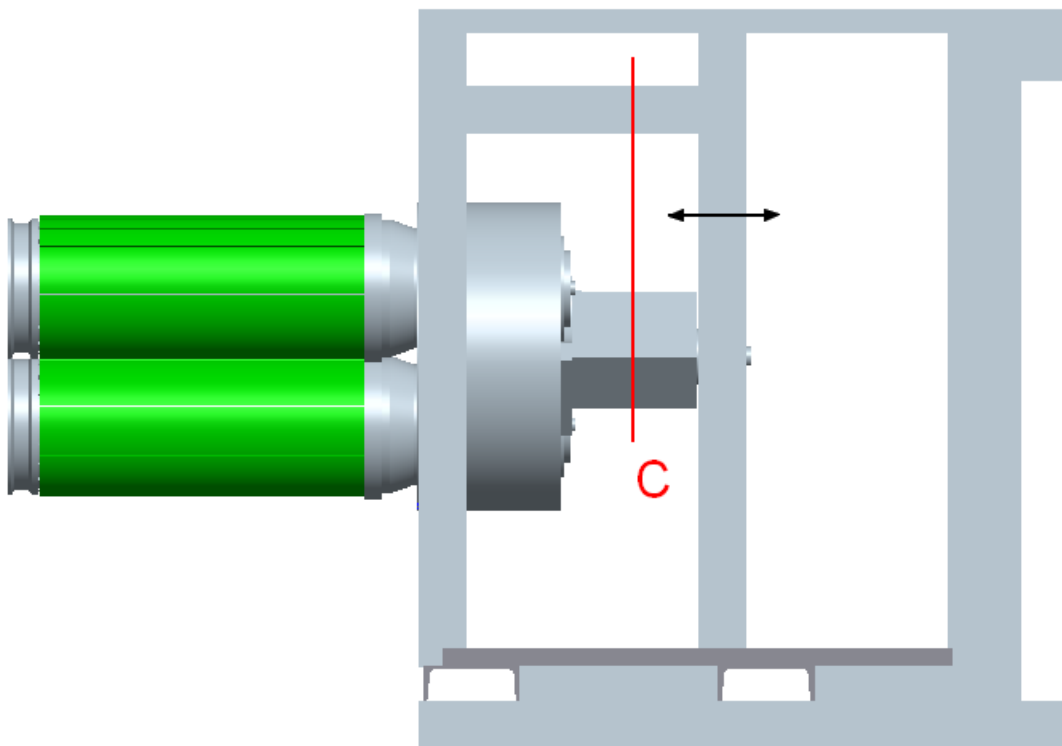
Obr. 28 Konstrukční proměnná A

Podstata druhé konstrukční proměnné je znázorněna na obr. 29. V tomto případě se kromě bubnu a segmentů, mění také rozměry vřetene a vřeteníku. Výchozí hodnota je opět určena délkou tělesa bubnu.



Obr. 29 Konstrukční proměnná B

Při změně třetí konstrukční proměnné dochází ke změně části točnicku a horní konzoly (obr. 30). Prostřední stojiny se pouze posouvají. Na rozdíl od předchozích případů, kde byly změny relativně vztaženy k výchozí hodnotě, zde dochází ke změně v absolutních číslech.



Obr. 30 Konstrukční proměnná C

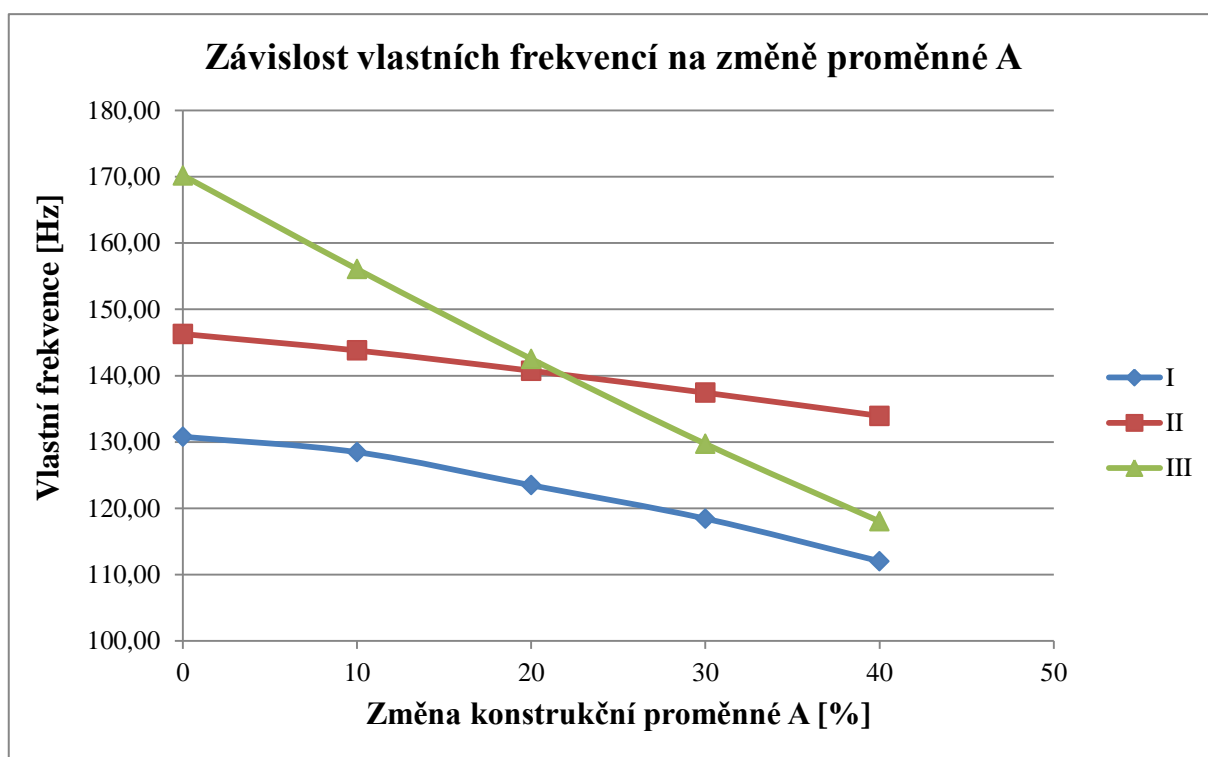
Změny proměnných jsou v kladném smyslu. V případě, že se jedná o zápornou změnu (tedy o zmenšení hodnoty proměnné), je před hodnotou uvedeno záporné znaménko.

5.2 VYHODNOCENÍ ANALÝZY PRO NAMĚŘENÉ FREKVENCE

5.2.1 KONSTRUKČNÍ PROMĚNNÁ A

Tab. 9 Citlivostní analýza frekvencí I, II a III pro proměnnou A

	Změna proměnné [%]				
Vlastní frekvence	0	10	20	30	40
I	130,79	128,46	123,47	118,44	112,02
II	146,28	143,79	140,74	137,43	133,94
III	170,19	156,06	142,53	129,72	118,03

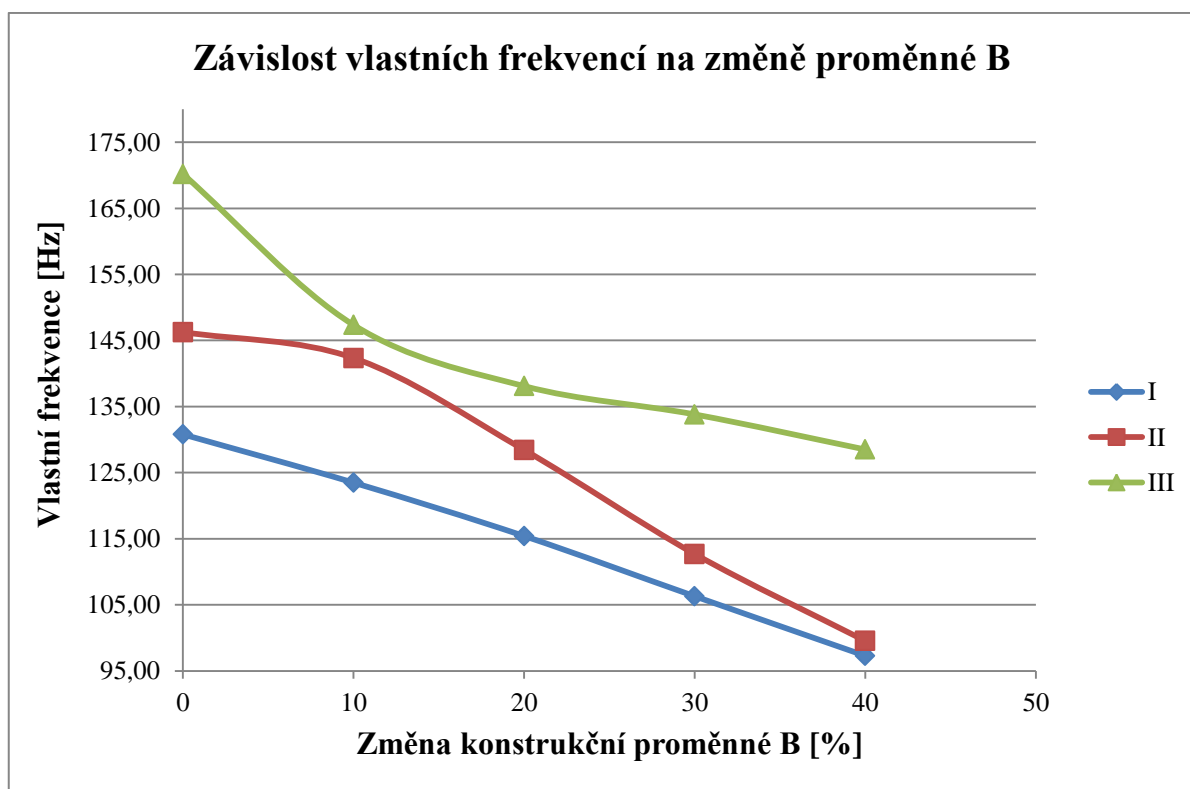


Obr. 31 Graf citlivostní analýzy frekvencí I, II a III pro proměnnou A

5.2.2 KONSTRUKČNÍ PROMĚNNÁ B

Tab. 10 Citlivostní analýza frekvencí I, II a III pro proměnnou B

	Změna proměnné [%]				
Vlastní frekvence	0	10	20	30	40
I	130,79	123,49	115,41	106,30	97,28
II	146,28	142,35	128,45	112,69	99,55
III	170,19	147,35	138,10	133,81	128,51

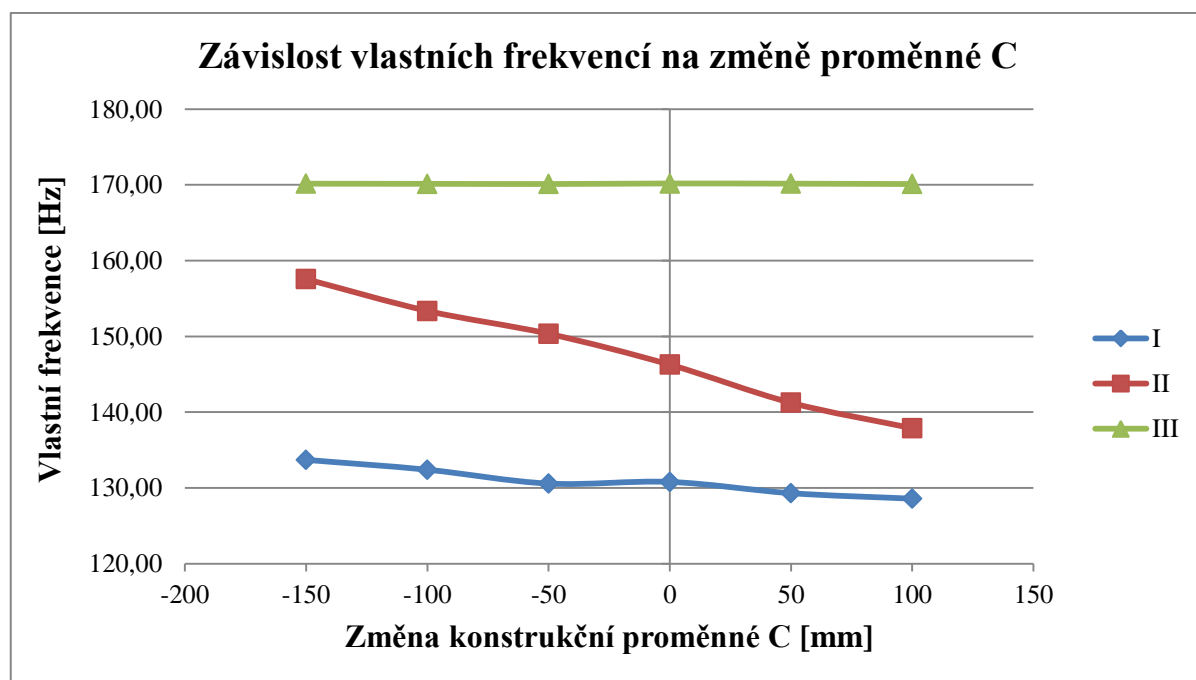


Obr. 32 Graf citlivostní analýzy frekvencí I, II a III pro proměnnou B

5.2.3 KONSTRUKČNÍ PROMĚNNÁ C

Tab. 11 Citlivostní analýza frekvencí I, II a III pro proměnnou C

	Změna proměnné [mm]					
Vlastní frekvence [Hz]	-150	-100	-50	0	50	100
I	133,71	132,40	130,58	130,79	129,31	128,58
II	157,56	153,37	150,35	146,28	141,24	137,88
III	170,16	170,15	170,12	170,19	170,17	170,11



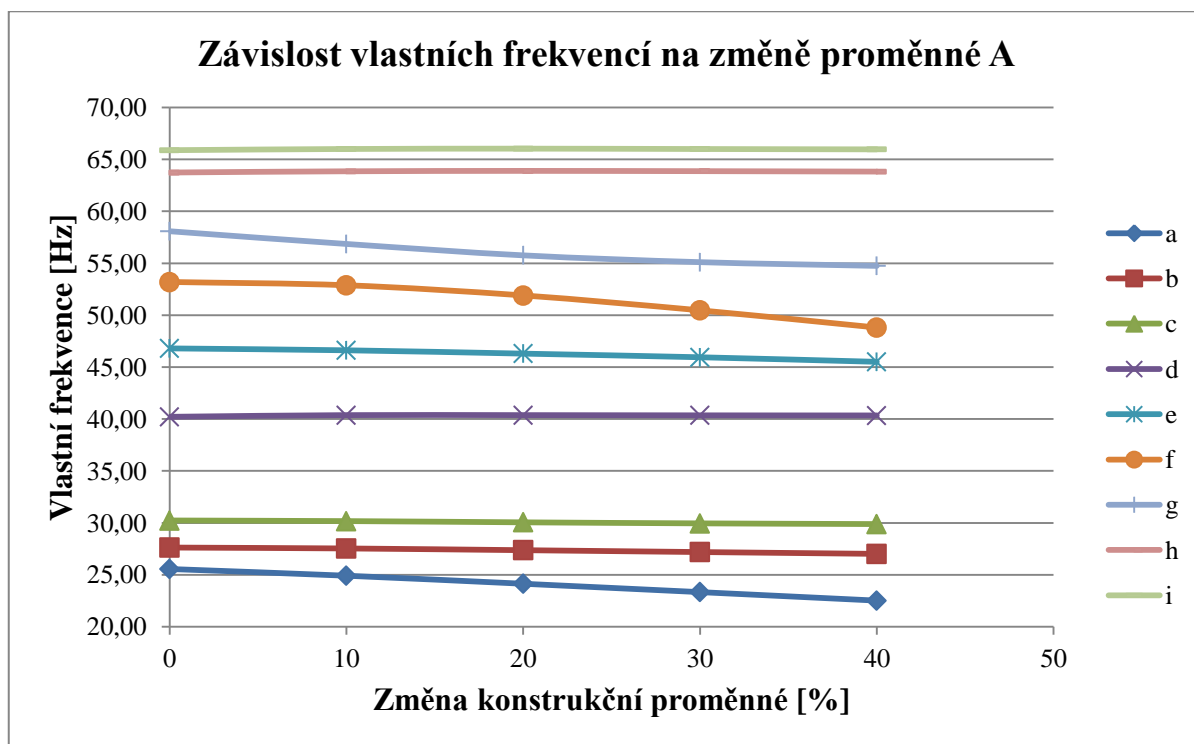
Obr. 33 Graf citlivostní analýzy frekvencí I, II a III pro proměnnou C

5.3 VYHODNOCENÍ ANALÝZY PRO PRVNÍCH DEVĚT FREKVENCÍ

5.3.1 KONSTRUKČNÍ PROMĚNNÁ A

Tab. 12 Citlivostní analýza prvních devíti frekvencí pro proměnnou A

	změna[%]				
frekvence	0	10	20	30	40
a	25,56	24,92	24,14	23,34	22,52
b	27,63	27,54	27,37	27,20	27,02
c	30,24	30,17	30,06	29,95	29,89
d	40,22	40,38	40,38	40,36	40,35
e	46,80	46,62	46,30	45,95	45,51
f	53,20	52,88	51,90	50,47	48,81
g	58,08	56,86	55,76	55,10	54,74
h	63,73	63,85	63,89	63,86	63,82
i	65,88	66,00	66,03	65,99	65,96

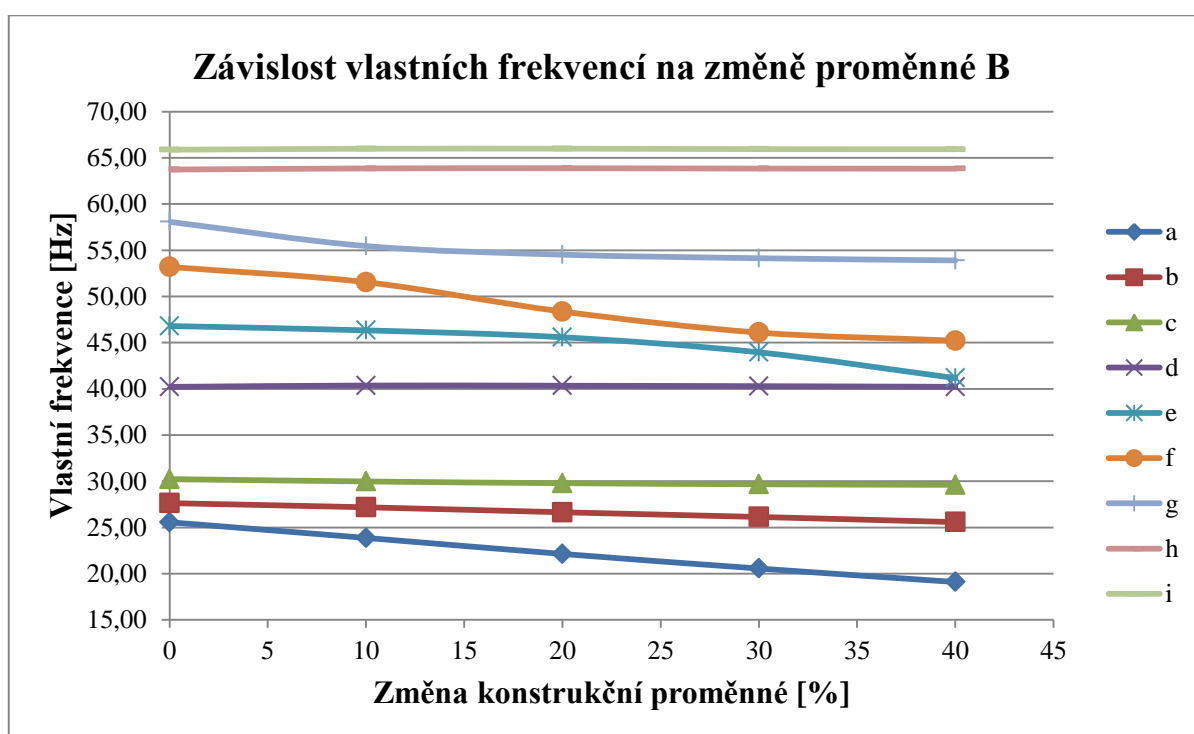


Obr. 34 Graf citlivostní analýzy prvních devíti frekvencí pro proměnnou A

5.3.2 KONSTRUKČNÍ PROMĚNNÁ B

Tab. 13 Citlivostní analýza prvních devíti frekvencí pro proměnnou B

	změna [%]				
frekvence	0	10	20	30	40
a	25,56	23,87	22,13	20,55	19,10
b	27,63	27,18	26,64	26,14	25,58
c	30,24	29,98	29,79	29,67	29,61
d	40,22	40,36	40,34	40,29	40,22
e	46,80	46,33	45,58	43,95	41,17
f	53,20	51,55	48,37	46,09	45,22
g	58,08	55,46	54,53	54,14	53,90
h	63,73	63,86	63,88	63,84	63,83
i	65,88	65,99	66,00	65,95	65,94

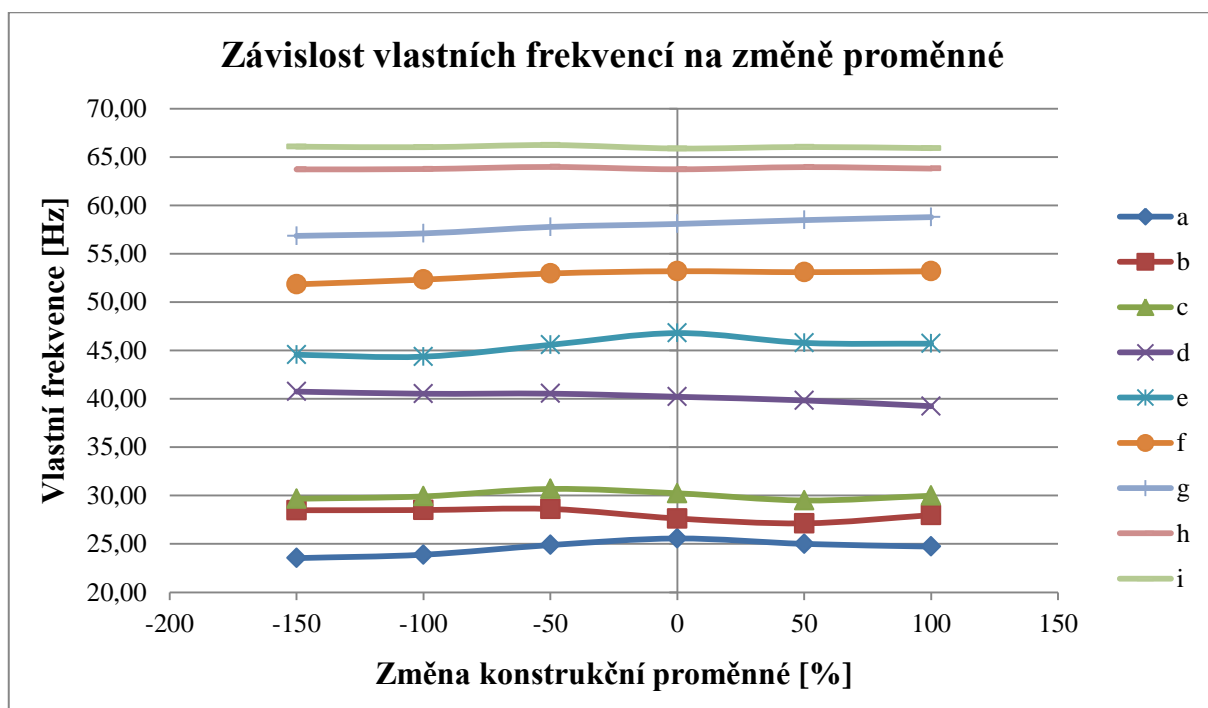


Obr. 35 Graf citlivostní analýzy prvních devíti frekvencí pro proměnnou B

5.3.3 KONSTRUKČNÍ PROMĚNNÁ C

Tab. 14 Citlivostní analýza prvních devíti frekvencí pro proměnnou C

	změna [mm]					
frekvence	-150	-100	-50	0	50	100
a	23,53	23,89	24,88	25,56	25,00	24,73
b	28,49	28,51	28,61	27,63	27,13	27,98
c	29,67	29,91	30,69	30,24	29,50	29,99
d	40,75	40,53	40,54	40,22	39,84	39,24
e	44,56	44,36	45,58	46,80	45,79	45,70
f	51,84	52,32	52,96	53,20	53,09	53,19
g	56,85	57,11	57,78	58,08	58,48	58,79
h	63,73	63,76	63,98	63,73	63,96	63,81
i	66,08	66,02	66,24	65,88	66,04	65,92



Obr. 36 Graf citlivostní analýzy prvních devíti frekvencí pro proměnnou C

ZÁVĚR

Nejprve je nutné zmínit, že se podařilo vytvořit matematický model řešené soustavy, který se blíží skutečnosti. Verifikace proběhla porovnáním vypočítaných hodnot vlastních frekvencí s hodnotami naměřenými poklepovou metodou. Maximální odchylka činila 7,6%. Vlastní tvary kmitů příslušející naměřeným vlastním frekvencím se týkají soustavy točnicku s vřeteny. Model byl ještě dodatečně verifikován nalezením projevu vypočítaných vlastních frekvencí v doběhové analýze. Vlastní tvary kmitů těchto vlastních frekvencí se týkají rámu. Proto je možné z provedené práce vyvodit několik závěrů.

1. Kmitání stroje při provozu není způsobeno vlastními frekvencemi příslušejícími sestavě točnicku s vřeteny, nýbrž vlastními frekvencemi rámu. V modální analýze se jich v pracovní oblasti stroje objevilo celkem devět. Změna zvolených konstrukčních proměnných má na posun hodnot těchto vlastních frekvencí relativně malý vliv. Proto v případě, že by byla žádána změna dynamického chování celého stroje, jednalo by se pravděpodobně o změnu rámu.

2. Základní požadovanou změnou bylo prodloužení navíjecího bubnu. Toho lze docílit pomocí konstrukčních proměnných označených jako A a B. Z citlivostní analýzy vyplývá, že změna pomocí proměnné A je výhodnější z hlediska projevu v oblasti dynamického chování. V neposlední řadě vyžaduje tento přístup nejmenší konstrukční úpravy, dochází totiž pouze k prodloužení části tělesa bubnu a jednotlivých segmentů.

3. Vlastní frekvence sestavy točnicku s vřeteny by se i při prodloužení bubnu o 40% měly stále nacházet nad pracovní oblastí.

4. Změna vzdálenosti uložení točnicku v ložisku a podepření na válcích (konstrukční proměnná C) nezpůsobuje v pracovní oblasti stroje prakticky žádné relevantní změny hodnot vlastních frekvencí.

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ

F	<i>síla</i>	$[N]$
f	<i>vlastní frekvence</i>	$[Hz]$
k	<i>tuhost</i>	$[N/m]$
m	<i>hmotnost</i>	$[kg]$
t	<i>čas</i>	$[s]$
u	<i>vlastní vektor</i>	
x	<i>lokální souřadnice</i>	$[m]$
\ddot{x}	<i>zrychlení lokální souřadnice</i>	$[m/s^2]$
X	<i>amplituda</i>	$[m]$
λ	<i>vlastní číslo</i>	
ω	<i>úhlová rychlost</i>	$[rad/s]$

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] Beran, Jaroslav.: *Počítačem podporovaná konstrukce strojů II* (přednášky). Liberec : TUL, 2011
- [2] KREIDL, Marcel; ŠMÍD, Radislav. *Technická diagnostika: senzory – metody – analýza signálu*. 1. vydání. Praha : BEN, 2006. 408 s.
- [3] MILÁČEK, Stanislav. *Modální analýza mechanických kmitů*. Praha : ČVUT, 2001. 154 s.